

« بنام اله عاشقان »

الف. بر فصل ۱:

- ۱- مقدمه: خواص مکانیکی بتن - خواص مکانیکی فولاد - اصول تحلیل و طراحی
- ۲- رفتار و طراحی اعضای بتن مسلح تحت کشش
- ۳- رفتار و طراحی اعضای بتن مسلح تحت برش
- ۴- رفتار و طراحی اعضای بتن مسلح تحت سیم پیچی
- ۵- ستون‌ها
- ۶- تئوری پیرستگی، گیرایش و قطع میلگرد

ب. منابع:

- ۱- معیشت هم مقررات ملی ساختمان: طرح و اجرای ساختمان‌های بتن آرمه - ویرایش ۱۳۹۲
- ۲- طراحی ساختمان‌های بتن مسلح - شاپور طامونی
- ۳- سازه‌های بتن آرمه - دکتر داود ستوفی نژاد
- ۴- آنالیز و طراحی سازه‌های بتن آرمه - دکتر امیر معبودکی نیا
- ۵- طراحی سازه‌های بتن آرمه - دکتر حبیب الله اکبر
- ۶- طراحی و محاسبه سازه‌های بتن مسلح - دکتر علیرضا رهااین

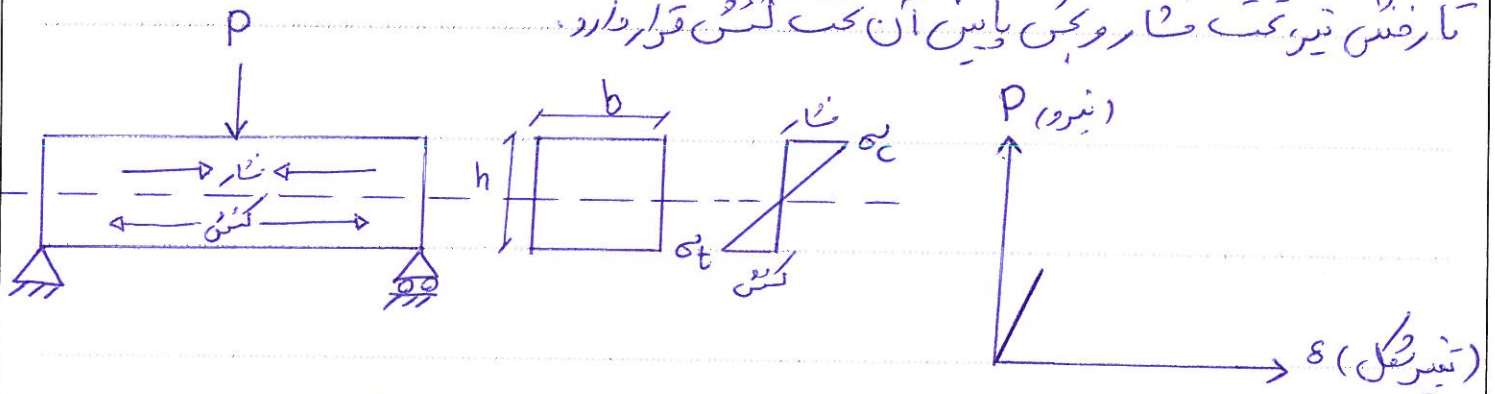
ج. ارزیابی:

- ۱- امتحان پایان ترم
- ۲- امتحان میان ترم
- ۳- تمرینات کلاسی

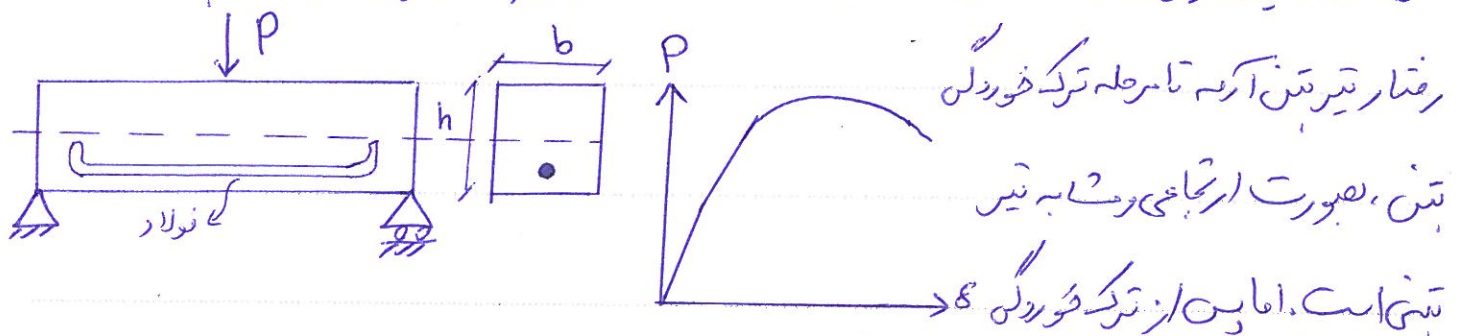
فصل اول: مقدمه

خواص مکانیکی بتن:

بتن آرمه (بتن مسلح) ترکیبی منطقی از دو نوع مصالح بتن و فولاد است. بتن دارای مقاومت ضعیفی بالا اما مقاومت کمی ناچیز است و فولاد برای میران ضعف بتن در کشش، در داخل آن قرار داده می‌شود. برای مثال، در تیر ساده بتنی شکل زیر، تحت اثر بار وارده، بخشی بالای تیر منقبض می‌شود و بخش پایین آن تحت کشش قرار دارد.



تحت اثر بار وارده، بخشی بالای تیر منقبض می‌شود و بخش پایین آن تحت کشش قرار دارد. بتن به تنهایی قادر به تحمل مقدار قابل توجهی تنش فشاری است، اما در کشش ضعیف می‌باشد و پس از حل مقدار اندکی بار مطابق نمودار نیرو-تغییر شکل در منطقه کشش ترک خورده و منجر به شکست می‌شود. حال اگر در همین تیر و در منطقه کشش آن فولاد قرار داده شود، تیر بتنی تبدیل به یک تیر بتن آرمه می‌شود.



رفتار تیر بتن آرمه تا مرحله ترک خوردن بتن، بصورت ارتجاعی و مشابه تیر بتنی است. اما پس از ترک خوردن، بتن منقبض می‌شود، در نتیجه تیر قادر خواهد بود بار بسیار بیشتری را تحمل نماید.

مقاومت فشاری نایب بتن (f'_c):

مقاومت فشاری نایب بتن، حداکثر مقاومت فشاری بتن در نمونه استوانه‌ای استاندارد به قطر 15cm و ارتفاع 30cm است که پس از ۲۸ روز آزمون شده باشد. مقاومت فشاری نایب بتن در نمونه استوانه‌ای استاندارد حدود ۸۰٪ مقاومت فشاری نایب آن در نمونه مکعبی به ابعاد 20cm است.

مقاومت کششی بتن (f_r):

مقاومت کششی بتن حدود ۱۵٪ تا ۱۰٪ مقاومت فشاری نایب آن است. چنانچه مقاومت کششی بتن از آزمایش مستقیماً ندهد باشد، مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

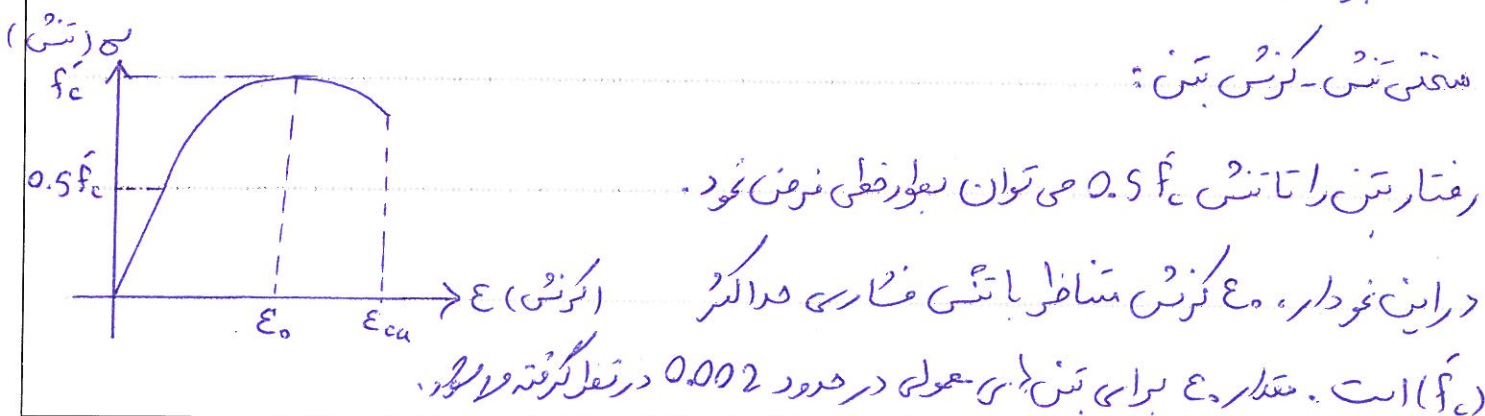
$$ACI: \begin{cases} f_r = 1.9 \sqrt{f'_c} & \text{اگر } f'_c \text{ بر حسب } \text{kg/cm}^2 \text{ باشد;} \\ f_r = 0.6 \sqrt{f'_c} & \text{اگر } f'_c \text{ بر حسب MPa باشد;} \end{cases}$$

ضریب ارتجاعی بتن (E_c):

ضریب ارتجاعی، ضریب مستقی‌تنی - کرنشی بتن در محسّس ارتجاعی آن است و به مقاومت فشاری نایب بتن بستگی دارد و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} E_c = 15100 \sqrt{f'_c} & \text{اگر } f'_c \text{ بر حسب } \text{kg/cm}^2 \text{ باشد;} \\ E_c = 5000 \sqrt{f'_c} & \text{اگر } f'_c \text{ بر حسب MPa باشد;} \end{cases}$$

مستقی‌تنی - کرنشی بتن:



مقدار ϵ_c برابر 0.0035 در نظر گرفته می‌شود.

ضریب بواسون:

ضریب بواسون برابر با 0.15 برای بتن معمولی و 0.2 برای بتن با مقاومت بالا و 0.3 برای فولاد است.

خواص مکانیکی فولاد:

فولاد مصرفی در سازه‌های بتن آرمه معمولاً بصورت میلگرد (آرماچور) است. میلگرد می‌تواند ساده یا آکبردار باشد. استفاده از میلگرد های ساده هرگز مورد تنگ مارپیچ ستون‌های فولاد پرسی نبوده عیار نمی‌باشد. آج میلگرد با ایجاد اصطکاک با بتن همراه با پیوستگی بتن، سبب پیوستگی لازم بین بتن و فولاد می‌شود و از حرکت میلگرد نسبت به بتن جلوگیری می‌نماید. اندازه میلگرد به میل متر و فولاد علامت Φ برای میلگرد های آکبردار مورد استفاده قرار می‌گیرد. اندازه های متداول مورد استفاده برای میلگرد های آکبردار از قرار زیر می‌باشد:

$\Phi 6, \Phi 8, \Phi 10, \Phi 12, \Phi 14, \Phi 16, \Phi 18, \Phi 20, \Phi 22, \Phi 25, \Phi 28, \Phi 32, \Phi 35$

که عدد مربوطه نشانگر قطر میلگرد به میل متر است.

مساحت مقطع میلگرد بر اساس اندازه اسمی آن تعیین می‌گردد.

$$A_b = \frac{\pi d^2}{4}$$

وزن بر واحد طول میلگرد از حاصل ضرب وزن مخصوص فولاد $\gamma_s = 7850 \text{ kg/m}^3$ در سطح مقطع

میلگرد بدست می‌آید:

$$w_b = \gamma_s \times A_b$$

مقاومت فولاد:

میگردد. برای مصرف در ایران معمولاً سه نوع است:

۱- میلگرد A I که معمولاً ساده و بدون آج است که مصرف آن محدود است و تنش تسلیم $f_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$

۲- میلگرد A II که آبدار است و موارد استفاده زیادی دارد و تنش تسلیم $f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$

۳- میلگرد A III که آبدار است و موارد استفاده زیادی دارد و تنش تسلیم $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$

ضریب ارتجاعی فولاد (E_s):

در تحلیل فعلی مقدار E_s برابر است با: $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$

اصول تحلیل و طراحی:

مطابق سبب نرم مقررات ملی ساختمان، روش طراحی اعضا بتن آرمه بر اساس حالات حدی

می باشد. حالات حدی به تئریاتی گفته می شود که اگر تمام یا بخشی از اعضا سازه به هر یک از این

حالات برسد، قادر به انجام وظایف خود نبوده و قابلیت کار این خود را از دست می دهد. بنابراین

لازم است ضرایب ایمنی به نحو مناسب انتخاب شوند تا سازه تحت هیچ شرایطی به حالات حدی نرسد.

حالات حدی بهره برداری:

این حالات به معیارهای بهره برداری و یا پایایی سازه مربوط می شود که که از آنها قابلیت بهره برداری

مناسب از بنا را از این می برد و غالباً به یک شکل های زیر اتفاق می افتد:

۱) تغییر شکل بیش از حد اجزای سقف ۲) ترک خوردگی بیش از حد اجزا ۳) لرزش بیش از حد سازه

حالات مدی نایب:

این حالات در ارتباط با ظرفیت باربری حداکثر سازه تعریف شده که گذرا از آنها باعث ناپایداری بخشی یا تمام اجزای سازه می‌شود. این حالات ممکن است به یکی از صورت‌های زیر مطرح شوند:

(۱) از بین رفتن نقاط استاتیکی تمام یا قسمتی از سازه (۲) وقوع گسستگی یا تغییر شکل‌های بیش از حد

(۳) از بین رفتن پایداری کل سازه و یا قسمتی از آن

اصول تحلیل سازه:

برای تعیین نیروهای داخلی و تغییرشکل‌ها در اعضا از روش‌های تحلیل سازه استفاده می‌شود. روش‌های

مقاومت تحلیل سازه عبارتند از:

۱- تحلیل فعلی: این روش بر مبنای رفتار فعلی مصالح و تغییرشکل‌های کوچک استوار بوده که در آن

برای تعیین نیروها از تئوری الاستیسیته استفاده می‌شود. از این روش می‌توان در تمام سازه‌ها در حالت

مدی نایب بهره‌برداری استفاده نمود. اما در سازه‌های چهارچوبی نه‌ده (با تغییرشکل‌های بزرگ)، استفاده

از این روش همگامی مجاز است که ضریب لاغری ستون‌ها کمتر از ۱۰۰ باشد.

۲- تحلیل فعلی با بازبختی محدود: فرضیات این روش به تحلیل فعلی بوده، با این تفاوت که

در اعضای خمشی (ستون) باز توزیع لنگر انجام می‌گیرد. بنابراین مقدار لنگر خمشی متغیر در تکیه‌گاه‌های تیر،

حداکثر به میزان R کاهش داده می‌شود و متناسب با آن به مقدار لنگر خمشی مثبت و لحاظ‌دهانه افزوده می‌شود.

$$R = 20 \left(1 - 0.7 \frac{P - P'}{P_b} \right) \%$$

P : درصد میلگرد گسسته مقطع

P' : درصد میلگرد فشاری مقطع

P_b : درصد میلگرد گسسته مقطع در حالت بالایی

۳- تحلیل غیرخطی: در این روش رفتار غیرخطی مصالح و تغییر شکل‌ها بزرگ (رفتار هندسی غیرخطی) در نظر گرفته می‌شوند. این روش در تمام سازه‌ها و عموماً در حالت مدی نهایی استفاده می‌شود. همچنین در سازه‌های قابی، ضایحه لاغری ستون‌ها بیشتر از ۱۵۰ باشد. استفاده از این روش الزامی می‌باشد.

۴- تحلیل پلاستیک: این روش بر مبنای رفتار پلاستیک مقاطع استوار بوده و در آن برای تعیین نیروهای داخلی اعضا از تئوری پلاستیسیته استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که این روش فقط در حالت مدی نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

طراحی در حالت مدی نهایی مقاومت:

مطابق سبج ۸م طراحی اعضای راز بر اساس حالت مدی نهایی مقاومت انجام می‌شود. به همین منظور نیروهای مقاوم اعضا باید از نیروهای داخلی ایجاد شده در آن‌ها بیشتر باشند و به عبارتی رابطه زیر همواره برقرار باشد:

$$S_u \leq S_r$$

نیروی مقاوم اعضاء (S_r): این نیرو مقاومت نهایی مقطع بوده و مشابه با مشخصات هندسی و مکانیکی عضو و با توجه به تعادل نیروها و سازگاری تغییر شکل‌ها محاسبه می‌شود. در تعیین مقدار S_r ، مقاومت سطحه بتن و فولاد در فرایب ایمنه فزنی ضرب می‌شوند:

الف) ضرب ایمن فزنی مقاومت بتن در مقاطع درجا: $\phi_c = 0.65$

ب) ضرب ایمن فزنی مقاومت بتن در مقاطع رُس رافته: $\phi_c = 0.7$

ج) ضرب ایمن فزنی مقاومت فولاد: $\phi_s = 0.85$

نیروی‌های داخلی ایجاد شده در اعضا (S_u): نیروهای داخلی تحت اثر ترکیبات بارگذاری زیر در اعضا ایجاد می‌گردد و شامل نیروهای محوری، برشی و لنگرهای خمشی می‌باشند.

ترکیب بار	توضیحات
$1.25D + 1.5(L, S, R)$	ترکیب بار مباد
$D + 1.2(L, S, R) + 1.2(0.7E, W)$	ترکیب بارهای مرده، زنده، زلزله و باد
$0.85D + 1.2(0.7E, W)$	
$1.25D + 1.5(L, S, R) + 1.5(H, 0.84F)$	ترکیب بارهای مرده، زنده و فشار خاک یا فشار آب
$0.85D + 1.5(H, 0.84F)$	زیر زمین
$D + 1.2(L, S, R) + T$	ترکیب بارهای مرده، زنده و آهک حرارتی، جمع شدگی و
$1.25D + 1.5T$	وارفتگی بتن و نشست تکیه‌گاه؟

D: بار مرده

W: بار باد

S: بار برف

L: بار زنده

F: فشار وزن مایعات

R: بار باران

E: بار زلزله

H: فشار خاک یا فشار ناشی از آب زیر زمین

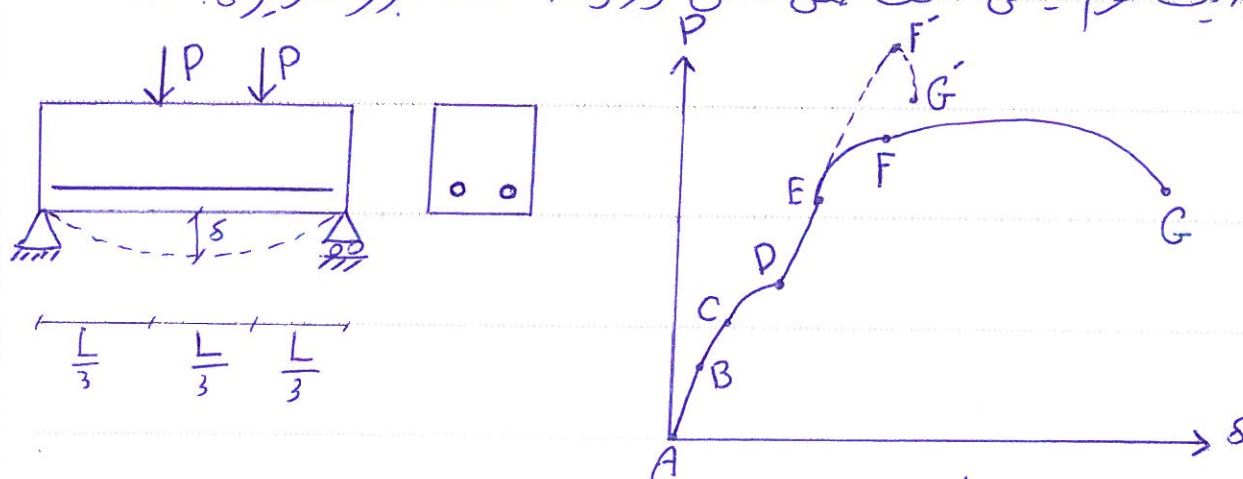
T: آهک جمع حرارتی و

کنترل در حالت مدی بهره برداری:

کنترل اعضا مختلف سازه‌ای در دو حالت مدی تغییر شکل و ترک خوردگی، براساس مطالب مندرج در فصل هفتم می‌بایست هم تحت اثر ترکیبات بار حالت مدی بهره برداری انجام می‌شود.

فصل دوم: رفتار و طراحی اعضای بتن مسلح تحت فشار

مقدمه: تیر زیر بار که تحت اثر دو بار متمرکز قرار گرفته است، در نظر بگیرید. سختی بار-تغییر مکان این تیر در ناحیه یک سوم میانی که تحت فشاری خالص قرار گرفته است، به صورت زیر می‌باشد:



یا توجه به سختی فوق، به بررسی هر یک از نواحی مشخص شده می‌پردازیم.

ناحیه AB: این ناحیه نشان دهنده ابتدای بارگذاری می‌باشد، تنش‌های کمی ایجاد شده در بتن در این قسمت ناچیز بوده، بنابراین مقطع ترک نخورده است. در این حالت رفتار مقطع کاملاً خطی می‌باشد.

ناحیه BC: در این ناحیه با افزایش میزان بار، تنش‌های در دورترین تارهای مقطع، به تنش گینگی بتن (f_r) نزدیک می‌شود. با باز توزیع تنش‌ها در قسمت جزئی از ناحیه گینگی بتن، توزیع تنش‌ها به صورت غیرخطی تبدیل شده و تخمین تغییر شکل‌ها با استفاده از این ناحیه به‌وجود می‌آید.

نقطه C: در این نقطه بار بیش‌ترین تنش‌ها در بتن به تنش گینگی (f_r)، ترک خوردگی مقطع آغاز

می‌شود. لنگر نظیر این نقطه، لنگر ترک خوردگی (M_{cr}) و بار مشار آن، بار ترک خوردگی (P_{cr}) نامیده می‌شود.

ناحیه CD: در این ناحیه با افزایش میزان بار، تعداد ترک‌ها نیز افزایش می‌یابد. به دلیل کاهش سختی تیر در این ناحیه (به دلیل حذف بخشی از مقطع به علت ترک خوردگی)، شیب نمودار مرتباً کاهش می‌یابد. در این ناحیه رفتار مقطع غیرخطی می‌باشد. به علت کوچک بودن این ناحیه، در طراحی از آن صرف نظر می‌شود.

ناحیه DE: با افزایش بار در این ناحیه با ثابت ماندن تعداد ترک‌ها، عمق آنها افزایش می‌یابد. در این صورت با صرف نظر از بتن کُشی مقطع به دلیل ترک خوردگی، تمام نیروی کُشی موجود توسط میلگرد تحمل می‌شود. از طرفی رفتار بتن در ناحیه فشاری هنوز خطی است. این ناحیه معروف به حالت الاستوپلاستیک می‌باشد.

ناحیه EF: تنش بتن در ناحیه فشاری از $0.5f_c$ پست‌تر شده و رفتار آن غیرخطی می‌شود. در این مرحله میلگرد هنوز به حد جاری شدن نرسیده‌اند.

ناحیه FG: در این قسمت میلگرد جاری می‌شوند و به تدریج مقدار کرنش در آن‌ها افزایش می‌یابد. با توجه به ثابت ماندن نیروی کُشی میلگرد، نیروی فشاری بتن نیز ثابت مانده و با افزایش کرنش فشاری بتن، رفتار بتن پست‌تر غیرخطی شده و محور فشاری به سمت بالا حرکت می‌کند. با توجه به جاری شدن میلگرد تغییر مکان تیر در این ناحیه بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. از طرفی با توجه به ثابت بودن نیروی کُشی وفشاری مقطع، تغییرمندی در میزان بار و لنگر بوجود نمی‌آید. این وضعیت در مقاطع شکل‌پذیر (کم فولاد) بوجود می‌آید.

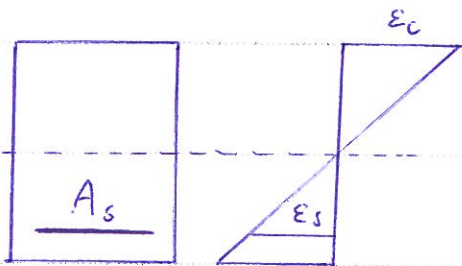
نقطه G: کرنش بتن در دورترین تار فشاری به کرنش حد گسستگی بتن (ϵ_{cu}) رسیده و شکست مقطع

با فرد شدن بتن فشاری اتفاق می‌افتد. در این حالت شکست حلقه بطور تدریجی در شکل زیر (نرم) رخ می‌دهد.

ناحیه EFG : در صورتیکه حلقه بر فولاد باشد، میلگرد با هر گز به مد تسلیم نرسیده و شکست حلقه بدون ایجاد تغییر شکل در بتن و تسلیم شدن فولاد و تنها با فرد شدن ناگهانی بتن ناحیه فشاری که به مد f_c رسیده است، اتفاق می‌افتد. در نقطه G ، کرنش دورترین تار فشاری بتن به کرنش شکست بتن (ϵ_{cu}) می‌رسد. شکست حلقه در این حالت بدون همدار و بطور ناگهانی (ترد) می‌باشد.

فرضیات ضعیف در مقاطع بتنی:

۱- اصل برنولی: مطابق این اصل، صفحات سطح عمود بر محور طولی عضو، پس از تغییر شکل ضعیف صورت سطح باقی‌مانده می‌مانند. بنا بر این مطابق این اصل، توزیع کرنش در مقطع صورت ضعیف در نظر گرفته می‌شود. نمودار توزیع کرنش در یک مقطع فرضی در شکل روبه‌رو نشان داده شده است.



۲- توزیع تنش براساس کرنش: براساس این اصل، توزیع تنش در بتن و فولاد با کرنش ایجاد شده در هر یک بوده و از روی نموداری تنش و کرنش آنها بدست می‌آید. بنا بر این طبق این اصل با مشخص بودن مقدار کرنش در هر نقطه می‌توان تنش را در آن نقطه مشخص نمود.

۳- پیوستگی بین فولاد و بتن: مطابق این اصل، پیوستگی بین بتن و فولاد در نظر گرفته شده، به عبارتی هیچ لغزشی بین آنها رخ نمی‌دهد. بنا بر این با توجه به این اصل، کرنش فولاد و بتن مجاور آن یکسان در نظر گرفته می‌شود.

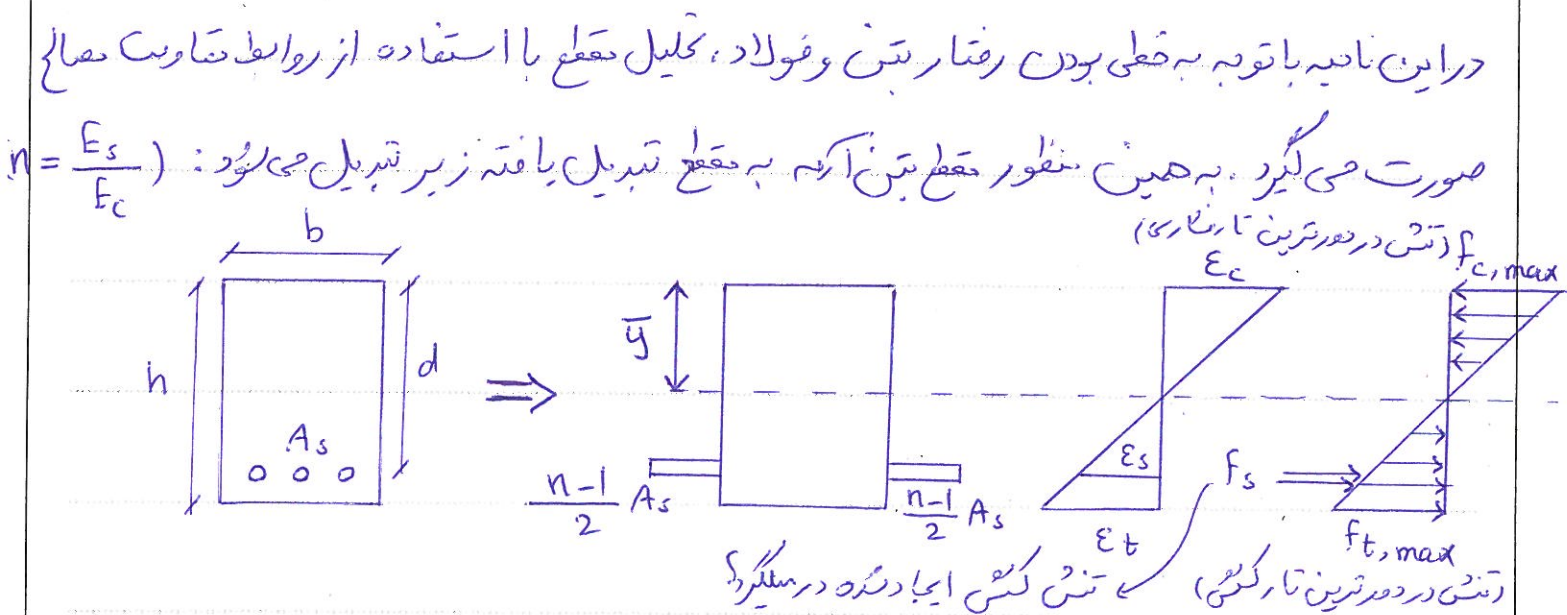
محدوده رفتاری مقطع خمشی براساس لنگر موجود:

۱- محدوده رفتاری الاستیک: ضابطه تریاوا مقطع بتن آرمه و میزان لنگر حداکثر موجود در مقطع، بصورتی باشد که ترک خوردگی در ناحیه کشی اتفاق نیفتد، مقطع خمشی در محدوده الاستیک رفتار خواهد کرد. (قسمت AC از مبحثی بار - تغییر مکان در شکل صنفه ۹)

۲- محدوده رفتاری الاستوپلاستیک: اگر تریاوا مقطع بتن آرمه و میزان بیشترین لنگر موجود در مقطع به گونه‌ای باشد که ترک خوردگی در ناحیه کشی اتفاق نیفتد، ولی حداکثر در قسمت فشاری بتن از حدود $0.5 f_c$ بیشتر شود، مقطع خمشی در محدوده الاستوپلاستیک رفتار خواهد کرد. (قسمت CE از مبحثی)

۳- محدوده رفتاری پلاستیک: در این محدوده رفتاری، بتن در قسمت فشاری نیز، بصورت غیرفعال عمل می‌کند و ممکن است حتی به آستانه گسیختگی نیز برسد. (قسمت EG یا EG' از مبحثی)

طراحی الاستیک:



برای تعیین تنش σ ابتدا باید موقعیت تار فنی $(\bar{y})$ و مان این پس تبدیل شده (I_{tr}) محاسبه شود:

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{b \times h \times \frac{h}{2} + (n-1) A_s \times d}{b \times h + (n-1) A_s}$$

$$I_{tr} = \frac{1}{12} b h^3 + b h \left(\frac{h}{2} - \bar{y} \right)^2 + (n-1) A_s \times (d - \bar{y})^2$$

در صورتیکه لنگر فشی وارده بر مقطع برابر M باشد، تنش ایجاد شده در فولاد بر بتن برابر است با:

$$f_{c, \max} = \frac{M \bar{y}}{I_{tr}} < 0.5 f_c' \quad \text{تنش فشاری بتن؛}$$

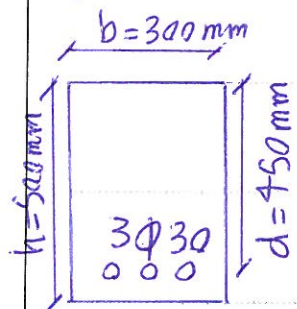
$$f_{t, \max} = \frac{M(h - \bar{y})}{I_{tr}} \leq f_r \quad \text{تنش کششی بتن؛}$$

$$f_s = n \times \frac{M(d - \bar{y})}{I_{tr}} < f_y \quad \text{تنش کششی آرماتور؛}$$

$$\begin{aligned} \text{ACI : } f_r &= 1.9 \sqrt{f_c'} \\ \text{آب : } f_r &= 0.6 \sqrt{f_c'} \end{aligned}$$

$$\text{لنگر ترک خوردگی : } \frac{M_{cr}(h - \bar{y})}{I_{tr}} \leq f_r \Rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I_{tr}}{h - \bar{y}}$$

مثال ۱: لنگر نظیر ترک خوردگی و نیز حداکثر تنش فشاری بتن و تنش کششی فولاد در حالتیکه مقطع تحت لنگر ترک خوردگی قرار گیرد را برای مقطع بتن آرمه شکل زیر به دست آورید.



$$f_c' = 30 \text{ mpa}$$

$$f_y = 400 \text{ mpa}$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ mpa}$$

حل:

$$E_c = 5000 \sqrt{f_c'} = 5000 \sqrt{30} = 27386$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^5}{27386} = 7.3$$

$$A_s = 3 \times \frac{\pi \times 30^2}{4} = 2121 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{bh \frac{h}{2} + (n-1)A_s d}{bh + (n-1)A_s} = \frac{(300)(500)^2/2 + (7.3-1)(2121)(450)}{(300)(500) + (7.3-1)(2121)} = 266.4 \text{ mm}$$

$$I_{tr} = \frac{1}{12}(300)(500)^3 + (300)(500)\left(\frac{500}{2} - 266.4\right)^2 + (7.3-1)(2121)(450-266.4)^2$$

$$= 3.62 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$f_r = 0.6 \sqrt{f'_c} = 0.6 \sqrt{30} = 3.29 \text{ Mpa}$$

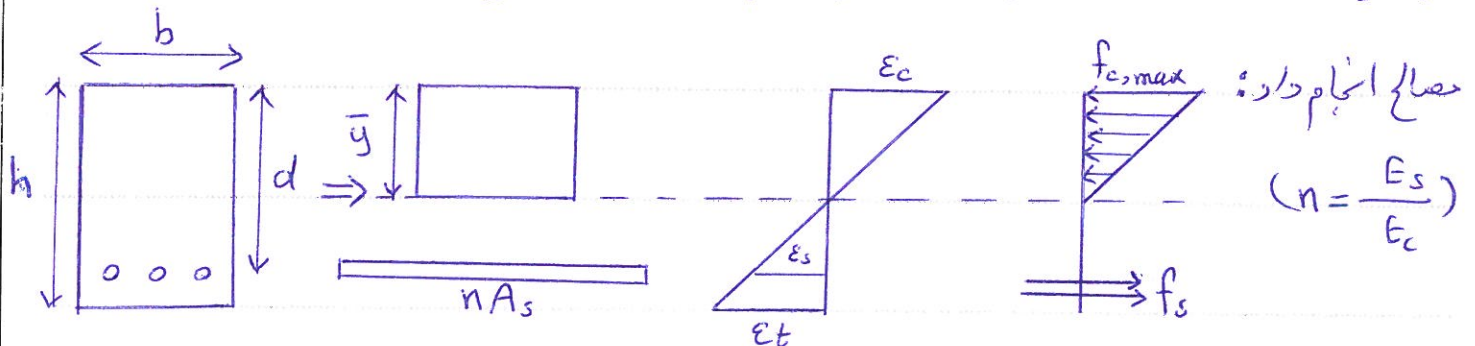
لنگر ترک خوردگی: $M_{cr} = \frac{f_r I_{tr}}{h - \bar{y}} = \frac{3.29 \times 3.62 \times 10^9}{500 - 266.4} = 5.1 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm} = 51 \text{ kN} \cdot \text{m}$

مدالکرتشی فشاری بتن: $f_{c, \max} = \frac{M \bar{y}}{I_{tr}} = \frac{5.1 \times 10^7 \times 266.4}{3.62 \times 10^9} = 3.75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 3.75 \text{ Mpa}$

تنش کششی در فولاد: $f_s = n \frac{M(d - \bar{y})}{I_{tr}} = 7.3 \times \frac{5.1 \times 10^7 (450 - 266.4)}{3.62 \times 10^9} = 18.88 \text{ Mpa}$

طراحی الاستوپلاستیک:

در این حالت باتک خوردن بتن در ناحیه کششی، از طرفیت آن صرف نظر می‌شود. همپیشی فشاری بتن در ناحیه فشاری و فولاد در ناحیه کششی فعلی بوده و می‌توان تحلیل مقطع را با استفاده از روابط مقاومت



لنگر اول سطح مقطع تبدیل یافته $\Rightarrow \sum Q N.A. = 0 \Rightarrow b \bar{y} \left(\frac{\bar{y}}{2} \right) = n A_s (d - \bar{y})$

ارتفاع محوری (y-bar)، با حل معادله فوق محاسبه می‌گردد.

ممان اینرسی مقطع تبدیل یافته: $I_{tr} = \frac{1}{3} b \bar{y}^3 + n A_s (d - \bar{y})^2$

تنش فشاری بتن: $f_{c, max} = \frac{M \bar{y}}{I_{tr}} < 0.5 f_c$

تنش کششی آرماتور: $f_s = n \frac{M(d - \bar{y})}{I_{tr}} < f_y$

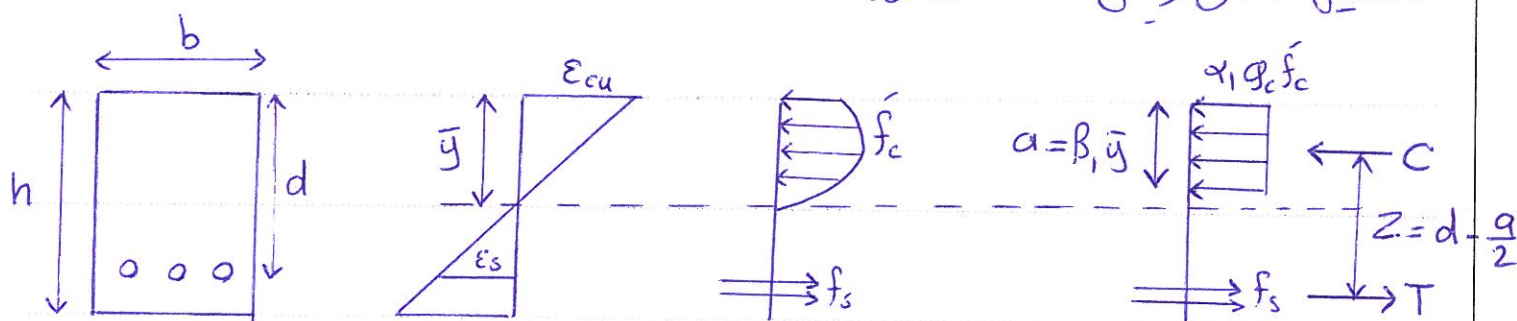
تحت بارهای سرویس (بهره برداری)، مقطع در ناحیه الاستوپلاستیک قرار می‌گیرد.

طراحی پلاستیک:

در این محدوده، رفتار بتن در ناحیه فشاری غیر خطی بوده و تنش‌های ایجاد شده در آن با کرنش متناسب

نی باشد. به همین علت برای تحلیل مقطع در لحظه نهایی به جای نمودار واقعی، از نمودار توزیع تنش

مستطیلی معادل و بتن استفاده می‌شود.



C: برآیند نیروهای فشاری مقطع

a: ارتفاع ناحیه فشاری بلوک و بتن

z: بازوی لنگر

T: برآیند نیروهای کششی مقطع

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f_c$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f_c$$

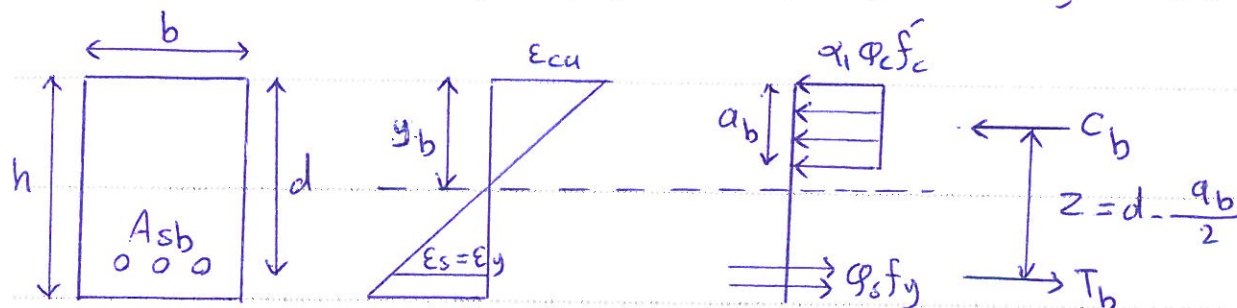
f_c بر حسب مگاپاسکال

$$(\epsilon_{ca}) = 0.0035 \text{ کرنش حد شکست بتن}$$

برای تعیین وضعیت شکست مقطع، باید کم فولاد (سلح) و یا پر فولاد (فوق سلح) بودن مقطع مشخص گردد. برای این منظور از ضرایب مقدار فولاد موجود در مقطع با فولاد در حالت بالانس (A_{sb}) استفاده می‌شود.

وضعیت متعادل (بالایی، متوازن) در مقطع مستطیلی:

در حالت بالایی، کرنش در پایین‌ترین ردیف میلگردهای کشی، به کرنش حد جاری شدن می‌رسد ($\epsilon_s = \epsilon_y$) و به عبارتی دیگر، دورترین تارهای بتنی به کرنش حد کششگی (ϵ_{cu}) می‌رسد.



با توجه به ضعیف بودن نمودار کرنش، ارتفاع محوری در این حالت برابر است با:

$$y_b = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} d \quad \xrightarrow{\epsilon_{cu} = 0.0035} \quad y_b = \frac{0.0035}{0.0035 + \epsilon_y} d$$

$$\xrightarrow{\epsilon_s = 2 \times 10^{-5}} \quad y_b = \frac{0.0035 \times 2 \times 10^{-5}}{0.0035 + \epsilon_y \times 2 \times 10^{-5}} d \quad \Rightarrow \quad \boxed{y_b = \frac{700}{700 + f_y} d}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_b = T_b \Rightarrow \alpha_1 \phi_c f'_c a_b b = \phi_s A_{sb} f_y \Rightarrow \boxed{A_{sb} = \frac{\alpha_1 \phi_c f'_c a_b b}{\phi_s f_y}}$$

$$a_b = \beta_1 y_b \Rightarrow a_b = \beta_1 \frac{700}{700 + f_y} d \Rightarrow \boxed{A_{sb} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} b d}$$

$$\text{در سازه فولاد متوازن: } \rho_b = \frac{A_{sb}}{b d} \Rightarrow \boxed{\rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y}}$$

$$\text{نگرش قابل تحمل توسط مقطع: } M_{rb} = T_b \times z = C_b \times z$$

$$M_{rb} = \phi_s A_{sb} f_y \left(d - \frac{a_b}{2} \right) = \alpha_1 \phi_c f'_c a_b b \left(d - \frac{a_b}{2} \right)$$

در روابط فوق f_y و a_b بر مبنای مصالح می‌باشند.

مقطع کم فولاد:

در صورتیکه فولاد کُشی موجود در مقطع، کمتر از فولاد متوازن باشد ($A_s < A_{sb}$ یا $\rho < \rho_b$)، مقطع کم فولاد است و در لحظه نایب، شکست آن بصورت شکل پذیر (نرم) می‌باشد. در این مقاطع قبل از اینکه کرنش بتن به کرنش حد شکست (ϵ_{cu}) برسد، فولاد کُشی جاری می‌شوند. بنابراین در لحظه نایب $\epsilon_s > \epsilon_y$ می‌باشد. در این حالت به دلیل نرسیدن مقدار ϵ_s نمی‌توان از نمودار کرنش-استفاده نمود:

$$\Rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow T = C \Rightarrow \phi_s A_s f_y = \alpha_1 \phi_c f'_c a b$$

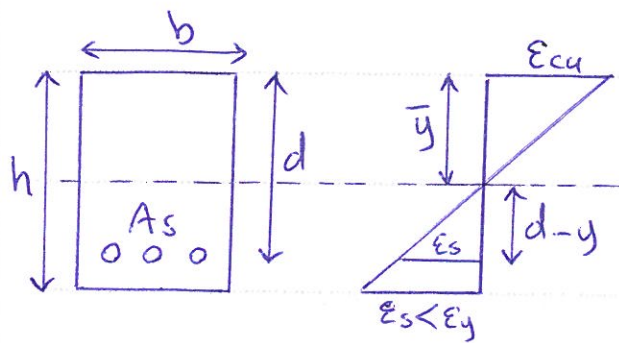
$$\Rightarrow a = \frac{\phi_s A_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f'_c b} \Rightarrow \bar{y} = \frac{a}{\beta_1}$$

لنگر خمشی قابل تحمل مقطع:
$$M_r = \phi_s A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = \rho \phi_s f_y b d^2 \left(1 - 0.5 \frac{\rho \phi_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f'_c} \right)$$

مقطع پر فولاد:

در صورتیکه فولاد کُشی موجود در مقطع، بیشتر از فولاد بالانس باشد ($A_s > A_{sb}$ یا $\rho > \rho_b$)، مقطع پر فولاد بوده و در لحظه نایب، شکست آن بصورت ناگهانی و ترد رخ می‌دهد. در این حالت فولاد کُشی $\epsilon_s < \epsilon_y \Rightarrow f_s < f_y$ می‌باشد.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = C \Rightarrow \phi_s A_s f_s = \alpha_1 \phi_c f'_c a b \Rightarrow a = \frac{\phi_s A_s f_s}{\alpha_1 \phi_c f'_c b}$$



$$\epsilon_s = \frac{d - \bar{y}}{\bar{y}} \epsilon_{cu}$$

$$f_s = E_s \epsilon_s = E_s \frac{d - \bar{y}}{\bar{y}} \epsilon_{cu}$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ mpa} \quad , \quad \epsilon_{cu} = 0.0035$$

$$\Rightarrow f_s = 700 \frac{d - \bar{y}}{\bar{y}}$$

$$a = \frac{q_s A_s f_s}{\alpha_1 q_c f_c' b}$$

$$f_s = 700 \frac{d - \bar{y}}{\bar{y}}$$

$$\bar{y} = \frac{a}{\beta_1}$$

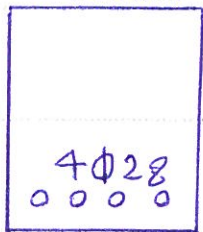
$$\Rightarrow a^2 + 700 \frac{q_s A_s}{\alpha_1 q_c f_c' b} a - 700 \beta_1 \frac{q_s A_s}{\alpha_1 q_c f_c' b} d = 0$$

از حل معادله فوق ارتفاع بلوک فشاری (a) بدست می‌آید.

نگرش قابل تحمل مقطع :

$$M_r = q_s A_s f_s \left(d - \frac{a}{2} \right) = \alpha_1 q_c f_c' a b \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

300 mm



500 mm

d = 450 mm

✓ مثال ۲: حداکثر مقاومت خمشی مقطع زیر را بدست آورید؟

$$f_c' = 28 \text{ mpa}$$

$$f_y = 420 \text{ mpa}$$

حل:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \Rightarrow \rho = \frac{4 \times \frac{\pi \times 28^2}{4}}{300 \times 450} = 0.0182$$

$$\rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{q_c}{q_s} \frac{f_c'}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} \Rightarrow \alpha_1 = 0.85 - 0.0015 \times 28 = 0.81$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 \times 28 = 0.9 \Rightarrow \rho_b = 0.81 \times 0.9 \times \frac{0.68}{0.85} \times \frac{28}{420} \times \frac{700}{700 + 420}$$

$$\Rightarrow \rho_b = 0.0232 \Rightarrow \rho < \rho_b \Rightarrow \text{مقطع کم فولاد}$$

ارتفاع بلوک فشاری: $a = \frac{\rho_s A_s f_y}{\alpha_1 \rho_c f_c b} = \frac{0.85 \times 4 \times \frac{\pi \times 28^2}{4} \times 420}{0.81 \times 0.65 \times 28 \times 300} = 198.8 \text{ mm}$

ممان مقاوم: $M_r = \rho_s A_s f_y (d - \frac{a}{2}) = 0.85 \times 4 \times \frac{\pi \times 28^2}{4} \times 420 (450 - \frac{198.8}{2})$
 $\Rightarrow M_r = 3.08 \times 10^8 \text{ N}\cdot\text{mm}$

حد اکثر مقدار مسلکد کشی:

برای اطمینان از شکست نرم مقطع، بیشترین مقدار مسلکد کشی از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{q}{d} \leq \frac{700}{700 + f_y} \\ \rho \leq 0.025 \end{cases}$$

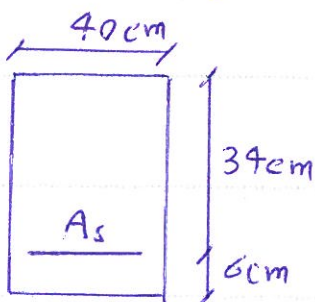
و f_y بر حسب مگا پاسکال.

حد اقل مقدار مسلکد کشی:

و f_y بر حسب مگا پاسکال.

$$\rho_{min} = \max \left\{ \frac{1.4}{f_y}, \frac{0.25 \sqrt{f_c}}{f_y} \right\}$$

مثال ۳: در صورتیکه لنگر طراحی مقطع تیر زیر برآورد $M_u = 40 \text{ kN}\cdot\text{m}$ باشد، مقدار مسلکد کشی مورد نیاز



$$f_c = 22.5 \text{ mpa}$$

$$f_y = 420 \text{ mpa}$$

مقطع چقدر است؟

حل:

$$M_r = \rho \rho_s f_y b d^2 (1 - 0.5 \frac{\rho \rho_s f_y}{\alpha_1 \rho_c f_c})$$

با فرض جاری شدن مسلکدهای کشی مقطع:

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f_c' = 0.85 - 0.0015 \times 22.5 = 0.82$$

$$M_r = M_u = 40 \text{ kN.m} = 40 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$40 \times 10^6 = \rho \times 0.82 \times 400 \times 400 \times 340^2 \times \left(1 - 0.5 \times \frac{\rho \times 0.82 \times 400}{0.82 \times 0.65 \times 22.5}\right)$$

$$\Rightarrow \rho = 0.0026$$

کنترل جاری شدن میلگرد های کشش:

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 \times 22.5 = 0.91$$

$$\rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{f_c}{f_s} \frac{f_c'}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} = 0.82 \times 0.91 \times \frac{0.65}{0.85} \times \frac{22.5}{400} \times \frac{700}{700 + 400} = 0.0204$$

$\rho < \rho_b \Rightarrow$ مقطع کم فولاد. پس میلگرد های کشش جاری نخواهند.

حسابه ساحت میلگرد های کشش:

$$A_s = \rho b d = 0.0026 \times 40 \times 34 \Rightarrow A_s = 3.54 \text{ cm}^2$$

$$\text{جوابگویی: } A_s' = 2 \times \frac{\pi \times 1.6^2}{4} = 4.02 \text{ cm}^2 > 3.54 \text{ cm}^2 \quad \checkmark$$

انتخاب 2Φ16

محدودیت های فاصله میلگرد:

(۱) فاصله آزاد بین هر دو میلگرد حوضی واقع در یک صفه نباید از هیچ یک از مقادیر زیر کمتر باشد:

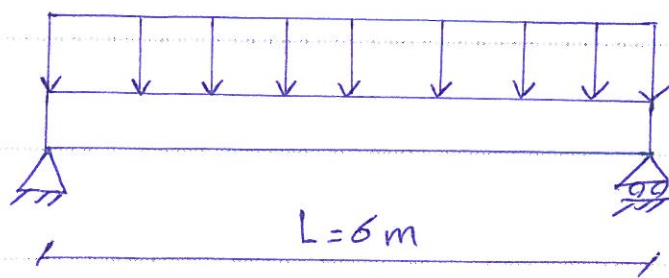
الف - قطر میلگرد بزرگتر ب + ۲۵ میلین قطر ب ۱۳۳ برابر قطر اسن بزرگترین سنگدان

(۲) فاصله محور تا محور میلگرد های طولی از یکدیگر نباید بیشتر از ۲۰۰ میلین متر باشد.

(۳) در صورتیکه میلگرد های حوضی در چند صفه قرار نگیرند، فاصله آزاد بین هر دو صفه، نباید نه از ۲۵ میلین و نه از قطر بزرگترین میلگرد، کمتر باشد.

سوال ۴: تیر دوسر ساده مقابل بارگذاری نشان داده شده در نظر گرفته و یک مقطع مستطیلی مناسب برای آن طراحی کنید.

$$f'_c = 25 \text{ mpa} , f_y = 400 \text{ mpa}$$



$$q: \begin{cases} DL = 40 \text{ kN/m} \\ LL = 22 \text{ kN/m} \end{cases} \text{ (بدون وزن تیر)}$$

حل:

برای تخمین وزن تیر می‌توان ۱۰٪ تا ۲۰٪ از مجموع بارهای بدون تیر را در استناد قرار داد:

$$q_g = 0.1(40 + 22) = 6.2 \text{ kN/m} \text{ : وزن تیر}$$

$$q_u = 1.25D + 1.5L = 1.25(DL + q_g) + 1.5(LL)$$

$$q_u = 1.25(40 + 6.2) + 1.5(22) = 90.75 \text{ kN/m}$$

$$M_{max} = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{90.75 \times 6^2}{8} = 408.4 \text{ kN.m} = 408.4 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

تعیین ϕ و λ حداقل براساس P_{max} :

$$P_{max} = P_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{q_c}{q_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{7q_o}{7q_o + f_y}$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 25 = 0.81$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 25 = 0.91$$

$$P_b = 0.81 \times 0.91 \frac{0.65}{0.85} \frac{25}{400} \frac{7 \times 40}{7 \times 40 + 400} = 0.01224$$

$$M_r = M_u \Rightarrow M_u = P_b q_s f_y b d^2 \left(1 - 0.5 \frac{P_b q_s f_y}{\alpha_1 q_c f'_c} \right)$$

$$\Rightarrow b d^2 = \frac{M_u}{P_b q_s f_y \left(1 - 0.5 \frac{P_b q_s f_y}{\alpha_1 q_c f'_c} \right)}$$

$$bd^2 = \frac{408.4 \times 10^6}{0.0224 \times 0.85 \times 400 \left(1 - 0.5 \frac{0.0224 \times 0.85 \times 400}{0.81 \times 0.65 \times 25}\right)} \Rightarrow bd^2 = 75.45 \times 10^6$$

با فرض $\frac{d}{b} = 1.5 \Rightarrow d = 1.5b \Rightarrow b(1.5b)^2 = 75.45 \times 10^6 \Rightarrow b = 322 \text{ mm}$

انتخاب می‌شود: $b = 350 \text{ mm} \Rightarrow d = 1.5 \times b = 1.5 \times 350 = 525 \text{ mm}$

انتخاب می‌شود: $d = 500 \text{ mm}$

نکته: ارتفاع مقطع در دهانه ساده به خاطر کنترل تغییر شکل از $\frac{1}{14}$ دهانه کمتر اختیار نمی‌شود:

$$h = \frac{L}{16} = \frac{600}{16} = 375 \text{ mm} \Rightarrow d > h \Rightarrow 500 > 375 \quad \text{قابل قبول}$$

تعیین سطح مقطع فولاد:

$$M_r = \rho g_s f_y bd^2 \left(1 - 0.5 \frac{\rho g_s f_y}{\alpha_1 g_c f'_c}\right) \quad \text{با فرض کارایی شدن میلگردها و گسیختن مقطع:}$$

$M_r = M_u \Rightarrow$ به ازای معادله فوق

$$\Rightarrow \rho = \frac{\alpha_1 g_c f'_c}{g_s f_y} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 M_u}{\alpha_1 g_c f'_c b d^2}} \right]$$

$$\rho = \frac{0.81 \times 0.65 \times 25}{0.85 \times 400} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 408.4 \times 10^6}{0.81 \times 0.65 \times 25 \times 350 \times 500^2}} \right] = 0.0178$$

$$A_s = \rho \times bd \Rightarrow A_s = 0.0178 \times 350 \times 500 = 2675.5 \text{ mm}^2$$

استفاده می‌شود: $4\Phi 30 \Rightarrow 4 \times \frac{\pi \times 30^2}{4} = 2827 \text{ mm}^2 > 2675.5 \text{ mm}^2 \quad \text{قابل قبول}$

کنترل مقادیر حداکثر و حداقل فولاد: $\rho = \frac{2827}{350 \times 500} = 0.0161$

$$\rho_{min} = \max \left\{ \frac{1.4}{F_y}, \frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{F_y} \right\} = \max \left\{ \frac{1.4}{400}, \frac{0.25 \sqrt{25}}{400} \right\} = \max \{ 0.0035, 0.0031 \} = 0.0035$$

$\rho_{min} < \rho < \rho_{max} \Rightarrow 0.0035 < 0.0161 < 0.0224 \quad \text{مدرس: امید رسولی}$

مقاطع خمشی مستطیلی با فولاد فشاری:

فولاد فشاری در یک مقطع خمشی، فولادی است که در ناحیه فشاری بتن قرار داده می‌شود. از مهم‌ترین موارد کاربرد:

فولاد فشاری در مقطع، می‌تواند به موارد زیر اشاره کرد:

۱) کمک به ظرفیت فشاری بتن و افزایش ظرفیت خمشی مقطع

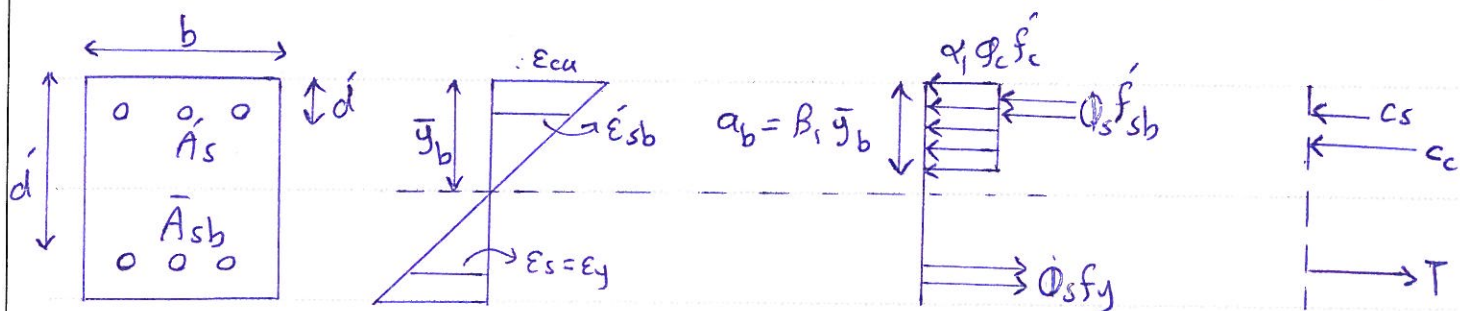
۲) افزایش شکل پذیری مقطع

۳) کاهش فیز دراز مدت تیر

۴) ایفا کردن نقش فولاد کشی در بارهای رفت و برگشتی

۵) کمک به اجرای فولادهای عرضی

بررسی جاری شدن فولادهای کشی در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = C_c + C_s \Rightarrow \bar{A}_{sb} f_y = \frac{\alpha_1 \phi_c f'_c}{\phi_s} a_b b + \bar{A}_s f_{sb}$$

$$\Rightarrow \bar{A}_{sb} = \alpha_1 \phi_c \frac{f'_c}{\phi_s f_y} a_b b + \bar{A}_s \frac{f_{sb}}{f_y}$$

معادلات همبستگی خودارگرانی؟ $\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_y} = \frac{\bar{y}_b}{d - y_b} \Rightarrow \bar{y}_b = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} d$

$$\Rightarrow \epsilon_{cu} = 0.0035, \epsilon_y = 2 \times 10^{-3} \text{ mpa} \Rightarrow \boxed{\bar{y}_b = \frac{700}{700 + f_y} d}$$

$$\frac{\epsilon_{sb}}{\epsilon_{cu}} = \frac{\bar{y}_b - d'}{\bar{y}_b} = 1 - \frac{d'}{\bar{y}_b} = 1 - \frac{d'}{d} \frac{700 + f_y}{700} \Rightarrow \epsilon_{sb} = \left[1 - \frac{d'}{d} \frac{700 + f_y}{700} \right] \epsilon_{cu}$$

$$f_{sb} = E_s \epsilon_{sb} = E_s \times \left[1 - \frac{d'}{d} \frac{7\alpha_1 \phi_c f_c}{7\alpha_1 \phi_c f_c + f_y} \right] \epsilon_{cu} \leq f_y$$

$$\Rightarrow f_{sb} = 2 \times 10^5 \times \left[1 - \frac{d'}{d} \frac{7\alpha_1 \phi_c f_c}{7\alpha_1 \phi_c f_c + f_y} \right] \times 0.0035 = 7\alpha_1 \phi_c f_c \left[1 - \frac{d'}{d} \frac{7\alpha_1 \phi_c f_c}{7\alpha_1 \phi_c f_c + f_y} \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{f_{sb} = 7\alpha_1 \phi_c f_c - \frac{d'}{d} (7\alpha_1 \phi_c f_c)^2 \leq f_y}$$

$a_b = B_1 y_b$ باربرگرانش $\Rightarrow \boxed{\bar{A}_{sb} = \alpha_1 B_1 \phi_c \frac{f_c}{f_y} \frac{7\alpha_1 \phi_c f_c}{7\alpha_1 \phi_c f_c + f_y} b d + \bar{A}_s \frac{f_{sb}}{f_y}}$

$\Rightarrow \boxed{\bar{A}_{sb} = A_{sb} + \bar{A}_s \frac{f_{sb}}{f_y}}$ $\bar{A}_{sb}$: فولاد متوازن مقطع مستطیل با فولادکاری

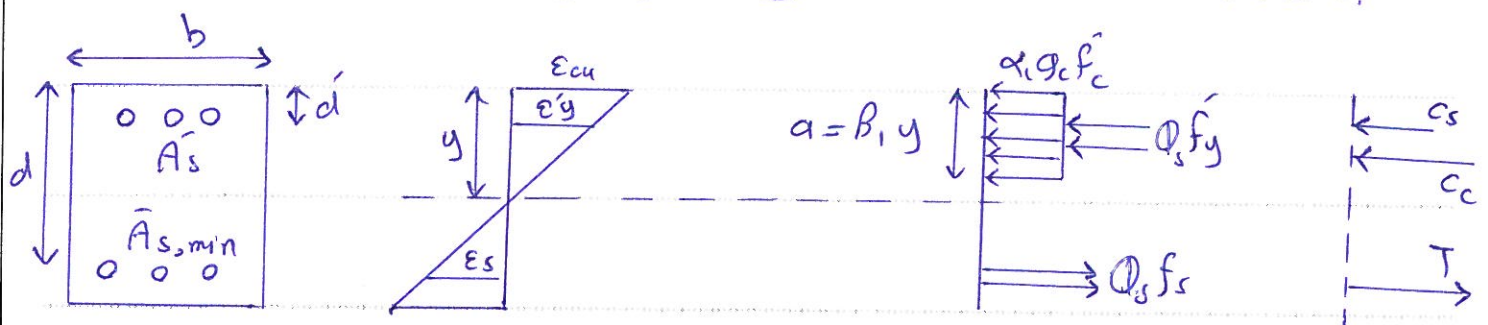
A_{sb} : فولاد متوازن مقطع مستطیل بدون فولادکاری

$\rho = \frac{A_s}{bd}$, $\rho_b = \frac{A_{sb}}{bd}$, $\bar{\rho}_b = \frac{\bar{A}_{sb}}{bd} \Rightarrow \boxed{\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho \frac{f_{sb}}{f_y}}$

اگر $\rho < \bar{\rho}_b$ (یا $A_s < \bar{A}_{sb}$) باشد درحقیقت نیازی فولادکاری کنش جاری می‌شود.

اگر $\rho > \bar{\rho}_b$ (یا $A_s > \bar{A}_{sb}$) باشد درحقیقت نیازی فولادکاری کنش جاری نمی‌شود.

بررسی جاری شدن فولادکاری فشاری درحقیقت مستطیل با فولادکاری:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = C_s + C_c \Rightarrow \bar{A}_{s,min} f_s = \alpha_1 \phi_c f_c \frac{a b}{\phi_s} + \bar{A}_s f_y$$

$$\text{همسازي کرنش: } \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_y} = \frac{y}{y-d'} \Rightarrow a = \beta_1 y = \beta_1 d' \frac{700}{700-f_y}$$

$$\Rightarrow \bar{A}_{s,min} = \bar{A}_s \frac{f_y}{f_s} + \alpha_1 \beta_1 \frac{f_c}{f_s} \frac{700}{700-f_y} b d'$$

$$\text{همسازي کرنش: } \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{cu}} = \frac{d-y}{y} \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \left(\frac{d}{y} - 1 \right) = \varepsilon_{cu} \left[\frac{d}{d'} \left[\frac{700-f_y}{700} \right] - 1 \right]$$

$$\Rightarrow f_s = \frac{d}{d'} (700 - f_y) - 700 \leq f_y$$

$$\bar{\rho}_{min} = \frac{A_{s,min}}{bd} \Rightarrow \bar{\rho}_{min} = \bar{\rho} \frac{f_y}{f_s} + \alpha_1 \beta_1 \frac{f_c}{f_s} \frac{d'}{d} \frac{700}{700-f_y}$$

اگر $\bar{\rho} > \bar{\rho}_{min}$ (یا $A_s > \bar{A}_{s,min}$) باشد، در حلقه گسینگی مقطع فولاد دایره‌ای فشاری جاری می‌کند.

اگر $\bar{\rho} < \bar{\rho}_{min}$ (یا $A_s < \bar{A}_{s,min}$) باشد، در حلقه گسینگی مقطع فولاد دایره‌ای فشاری جاری نمی‌کند.

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد دایره‌ای:

برای تعیین ظرفیت خمشی یک مقطع مستطیلی با فولاد دایره‌ای، باید به این نکته توجه کرد که در حلقه گسینگی

مقطع، هوک دایره‌ای کسری و یا فولاد دایره‌ای فشاری ممکن است جاری شده یا نشده باشند. بنابراین

به صورت کلی ممکن است چهار حالت از نظر تسلیم فولاد دایره‌ای فشاری و کسر اتعاق پیچیده، جاری شدن

فولاد دایره‌ای کسری، دلال بر گسینگی نرم و جاری شدن فولاد دایره‌ای کسری دلال بر گسینگی ترد خواهد داشت.

ولی جاری شدن و جاری شدن فولاد دایره‌ای فشاری در حلقه نایب، تأثیری بر نوع گسینگی نخواهد داشت. با این

وجود اگر در یک مقطع فولاد دایره‌ای به حد تسلیم رسیده باشد، از ظرفیت فولاد مصرفی استفاده بهینه‌ای شده است.

الف - جاری شدن فولاد کُشی و فکری ($\rho > \bar{\rho}_{min}$ و $\rho < \bar{\rho}_b$)

$$\epsilon_s > \epsilon_y, \epsilon'_s > \epsilon'_y \Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T = C_c + C_s \Rightarrow$$

$$A_s f_y = \alpha_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} f'_c a b + A'_s f'_y \Rightarrow a = \frac{(A_s f_y - A'_s f'_y) \phi_s}{\alpha_1 \phi_c f'_c b}$$

$$\Rightarrow M_r = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$

$$\Rightarrow M_r = \phi_s (A_s f_y - A'_s f'_y) \left[d - \frac{\phi_s (A_s f_y - A'_s f'_y)}{2 \alpha_1 \phi_c f'_c b} \right] + A'_s f'_y (d - d')$$

ب - جاری شدن فولاد کُشی و جاری شدن فولاد فکری ($\rho < \bar{\rho}_{min}$ و $\rho < \bar{\rho}_b$)

$$\epsilon_s > \epsilon_y, \epsilon'_s < \epsilon'_y \Rightarrow T = C_c + C_s \Rightarrow A_s f_y = \alpha_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} f'_c a b + A'_s f'_s$$

$$\Rightarrow a = \frac{(A_s f_y - A'_s f'_s) \phi_s}{\alpha_1 \phi_c f'_c b}, \quad f'_s = 700 \frac{a - \beta_1 d'}{a}$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{\phi_s (700 A'_s - A_s f_y)}{\alpha_1 \phi_c f'_c b} a - \frac{\phi_s (700 A'_s \beta_1 d')}{\alpha_1 \phi_c f'_c b} = 0$$

از حل معادله درجه دوم فوق

مقدار a بدست می‌آید.

$$\Rightarrow M_r = \alpha_1 \phi_c f'_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_s A'_s f'_s (d - d')$$

ج - جاری شدن فولاد کُشی و جاری شدن فولاد فکری ($\rho > \bar{\rho}_{min}$ و $\rho > \bar{\rho}_b$)

$$\epsilon_s < \epsilon_y, \epsilon'_s > \epsilon'_y \Rightarrow T = C_c + C_s \Rightarrow A_s f_s = \alpha_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} f'_c a b + A'_s f'_y$$

$$\Rightarrow a = \frac{(A_s f_s - A'_s f'_y) \phi_s}{\alpha_1 \phi_c f'_c b}, \quad f'_s = 700 \frac{\beta_1 d - a}{a}$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{\phi_s (A'_s f'_y - 700 A_s)}{\alpha_1 \phi_c f'_c b} a - \frac{\phi_s (700 A_s \beta_1 d)}{\alpha_1 \phi_c f'_c b} = 0$$

از حل معادله درجه دوم فوق

مقدار a بدست می‌آید.

$$\Rightarrow M_r = \alpha_1 \phi_c f'_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_s A'_s f'_y (d - d')$$

د- جاری شدن فولاد پس از گسیل و فشاری ($P < \bar{P}_{min}$ و $P > \bar{P}_b$) :

$$\varepsilon_s < \varepsilon_y, \hat{\varepsilon}_s < \hat{\varepsilon}_y \Rightarrow T = C_c + C_s \Rightarrow A_s f_s = \alpha_1 \varphi_c \frac{f_c}{\varphi_s} a b + A'_s f_y$$

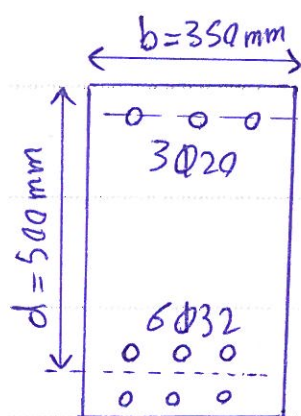
$$\Rightarrow a = \frac{(A_s f_s - A'_s f_y) \varphi_s}{\alpha_1 \varphi_c f_c b}, f'_s = 700 \frac{a - \beta_1 d'}{a}, f_s = 700 \frac{\beta_1 d - a}{a}$$

$$\Rightarrow a^2 \frac{\varphi_s (700 (A_s + A'_s))}{\alpha_1 \varphi_c f_c b} a - \frac{\varphi_s (700 \beta_1 (A_s d + A'_s d'))}{\alpha_1 \varphi_c f_c b} = 0$$

از حل حاد درجه دوم

فوق مقدار α بدست می آید.

$$\Rightarrow M_r = \alpha_1 \varphi_c f_c a b (d - \frac{a}{2}) + \varphi_s A'_s f_s (d - d')$$



✓ مثال ۵: ظرفیت خمشی برای مقطع متقابل را بدست آورید.

$$f'_c = 30 \text{ mpa}$$

$$f_y = f_y = 400 \text{ mpa}$$

حل:

$$A_s = 6 \times \frac{\pi \times 32^2}{4} = 4825 \text{ mm}^2 \Rightarrow \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{4825}{350 \times 500} = 0.0276$$

$$A'_s = 3 \times \frac{\pi \times 20^2}{4} = 942 \text{ mm}^2 \Rightarrow \rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{942}{350 \times 500} = 0.0054$$

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}, f'_{sb} = 700 - \frac{d'}{d} (700 + f_y) \leq f_y$$

$$\Rightarrow f'_{sb} = 700 - \frac{65}{500} (700 + 400) = 557 > f_y \xrightarrow[\text{قبل}]{\text{غیر قابل}} f'_{sb} = 400$$

$$\rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{\varphi_c}{\varphi_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.81 \\ \beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.90 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_b = 0.81 \times 0.9 \times \frac{0.65}{0.85} \frac{30}{400} \frac{700}{700+400} = 0.0266$$

$$\Rightarrow \bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \frac{f_{sb}}{f_y} = 0.0266 + 0.0054 = 0.032$$

$$\rho < \bar{\rho}_b \Rightarrow 0.0276 < 0.032 \Rightarrow \text{فولاد دایمی گسی در لحظه تخریب جاری می‌شود.}$$

$$\bar{\rho}_{min} = \rho' \frac{f_y}{f_s} + \alpha_1 \beta_1 \frac{d'}{d} \frac{f_c'}{f_s} \frac{700 \phi_c}{700 - f_y \phi_s}, f_s = \frac{d}{d'} (700 - f_y) - 700 \leq f_y$$

$$\Rightarrow f_s = \frac{500}{65} (700 - 400) - 700 = 1607 > f_y \Rightarrow f_s = f_y = 400$$

$$\bar{\rho}_{min} = 0.0054 \frac{400}{400} + 0.81 \times 0.9 \frac{65}{500} \frac{30}{400} \frac{700}{700 - 400} \frac{0.65}{0.85} = 0.018$$

$$\rho > \bar{\rho}_{min} \Rightarrow 0.0276 > 0.018 \Rightarrow \text{فولاد دایمی فکاری در لحظه تخریب جاری می‌شود.}$$

$$\text{حالت اول: } a = \frac{\phi_s (A_s f_y - A'_s f_y)}{\alpha_1 \phi_c f_c' b} = \frac{(4825 \times 400 - 942 \times 400) \times 0.85}{0.81 \times 0.65 \times 30 \times 350} = 203 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow M_r = c_c (d - \frac{a}{2}) + c_s (d - d') = \alpha_1 \phi_c f_c' a b (d - \frac{a}{2}) + \phi_s A'_s f_y (d - d')$$

$$\Rightarrow M_r = 0.81 \times 0.65 \times 30 \times 203 \times 350 (500 - \frac{203}{2}) + 0.85 \times 942 \times 400 (500 - 55)$$

$$\Rightarrow M_r = 586.5 \text{ kN.m}$$

مثال ۲: در یک تیر مستطیلی دوسریاده با ابعاد $b = 400 \text{ mm}$ و $h = 700 \text{ mm}$ و با طول دهانه $L = 10 \text{ m}$ و بارهای گسترده $q_D = 45 \text{ kN/m}$ (با انتساب وزن تیر) و $q_L = 25 \text{ kN/m}$ وارد شده است. این تیر را در محل لنگر حداکثر فولادگذاری کنید. فرض کنید $f_c' = 28 \text{ MPa}$ و $f_y = 400 \text{ MPa}$.

حل: $q_u = 1.25q_D + 1.5q_L = 1.25 \times 45 + 1.5 \times 25 = 93.75 \text{ kN/m}$

$$M_{max} = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{93.75 \times 10^2}{8} = 1172 \text{ kN.m} = 1172 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

از آنجا که تکر خس نسبتاً بزرگ است. فرض می‌کنیم فولاد ای گسی در دولا به قرار گیرند، بنابراین

$$d = 700 - 90 = 610 \text{ mm}$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 28 = 0.81$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 28 = 0.9$$

مراح برای اس دالکر فولاد گسی:

$$\rho = \frac{\alpha_1 \phi_c f'_c}{\phi_s f_y} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2m_u}{\alpha_1 \phi_c f'_c b d^2}} \right]$$

$$\rho = \frac{0.81 \times 0.65 \times 28}{0.85 \times 400} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 1172 \times 10^6}{0.81 \times 0.65 \times 28 \times 400 \times 610^2}} \right] = \dots$$

با عدد گذار در رابطه فوق عبارت زیر را می‌توان متغی می‌نود که بیان گر آن است که این مقطع را می‌توان با فولاد گسی تنها مراح می‌نود و متقابله فولاد مکاری نیاز خواهد بود.

تعیین دالکر ظرفیت خسی مقطع برای اس دالکر مقدار فولاد گسی جاز:

$$\rho_{max} = \rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} = 0.81 \times 0.9 \frac{0.65}{0.85} \frac{28}{400} \frac{700}{700 + 400} = 0.0248$$

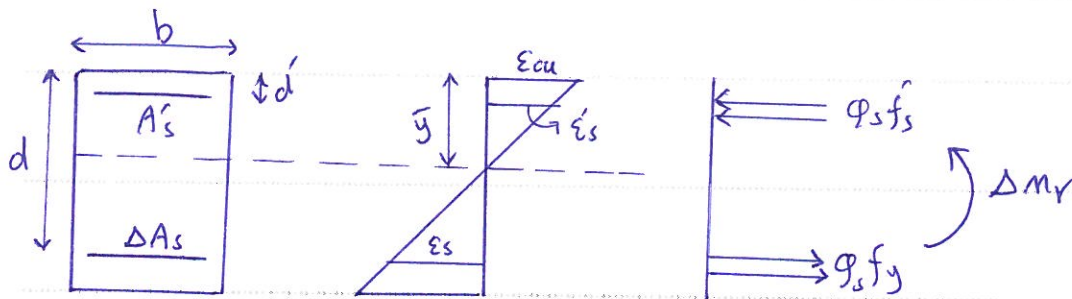
$$M_{r1} = \rho \phi_s f_y b d^2 \left(1 - 0.5 \frac{\rho \phi_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f'_c} \right)$$

$$M_{r1} = 0.0248 \times 0.85 \times 400 \times 400 \times 610^2 \left(1 - 0.5 \frac{0.0248 \times 0.85 \times 400}{0.81 \times 0.65 \times 28} \right) = 896.1 \text{ kN.m}$$

$$\Delta M_r = M_r - M_{r1} = 1172 - 896.1 = 275.9 \text{ kN.m}$$

$$A_{s1} = \rho_{max} b d = 0.0248 \times 400 \times 610 = 6051 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{\phi_s A_{s1} f_y}{\alpha_1 \beta_1 \phi_c f'_c b} = \frac{0.85 \times 6051 \times 400}{0.81 \times 0.9 \times 0.65 \times 28 \times 400} = 387.7 \text{ mm}$$



همساز می‌کنیم: $\frac{\epsilon'_s}{\bar{y}-d'} = \frac{\epsilon_{cu}}{\bar{y}} \xrightarrow{\times b_s} E_s \times \epsilon'_s = \frac{\bar{y}}{\bar{y}-d'} \epsilon_{cu} \times E_s \Rightarrow f'_s = 700 \frac{\bar{y}}{\bar{y}-d'}$

$f'_s = 700 \frac{387.7}{387.7-65} = 841 > 400 \Rightarrow f'_s = 400 \text{ mpa}$

$\Delta A_s = \frac{\Delta M_r}{\phi_s f_y (d-d')} \Rightarrow \Delta A_s = \frac{275.9 \times 10^6}{0.85 \times 400 (510-65)} = 1489 \text{ mm}^2$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow \phi_s A'_s f'_s = \phi_s \Delta A_s f_y \Rightarrow A'_s = \Delta A_s = 1489 \text{ mm}^2$

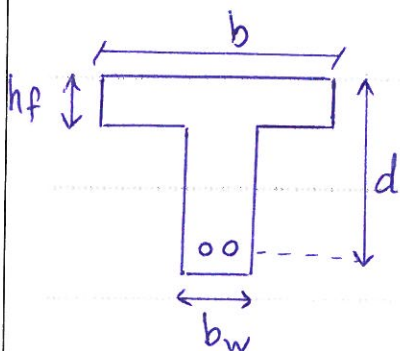
آرماژون بالا: $A'_s \Rightarrow 4\phi 22 \Rightarrow A'_s = 4 \frac{\pi \times 22^2}{4} = 1520 \text{ mm}^2 > 1489 \text{ mm}^2 \checkmark$

آرماژون کمر: $A_s = A_{s1} + \Delta A_s = 6091 + 1489 = 7580 \text{ mm}^2$

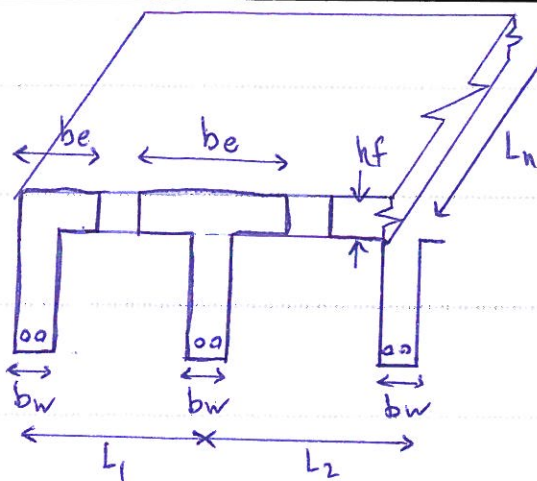
$\Rightarrow 8\phi 30 \Rightarrow A_s = 8 \frac{\pi \times 30^2}{4} = 8143 \text{ mm}^2 > 7580 \text{ mm}^2 \checkmark$

بررسی مقاطع بالدار (T شکل):

تیرهای T شکل ممکن است بصورت مجزا و یا همراه بادل و یکپارچه با آن ساخته شوند. در صورتیکه تیر T شکل بصورت مجزا ساخته شود، رعایت دو ضابطه زیر الزامی است:



$$\begin{cases} h_f \geq \frac{b_w}{2} \\ b \leq 4b_w \end{cases}$$



در تیرهای T شکل که بصورت پیوسته بآبال ابعادی شوند و عمداً در کف حلقه‌های جکاجی روند، عرض موثر بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$b_e = \min \left\{ \frac{L_n}{4}, b_w + k h_f, \frac{L_1 + L_2}{2} \right\} \quad \text{در تیرهای میانی و یکسره:}$$

$$b_e = \min \left\{ \frac{2L_n}{5}, b_w + k h_f, \frac{L_1 + L_2}{2} \right\} \quad \text{در تیرهای میانی و دو سر ساده:}$$

$$b_e = \min \left\{ b_w + \frac{L_n}{12}, b_w + h_f + \frac{b_w + L_1}{2} \right\} \quad \text{در تیرهای کناری (شکل ۱):}$$

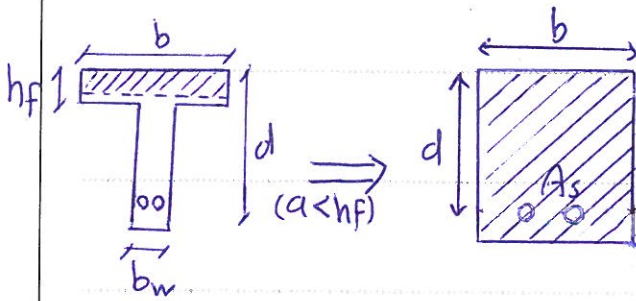
فشار خمشی مقاطع T شکل:

تحت لنگر خمشی مثبت، بال مقطع T شکل تحت فشار قرار داشته و با توجه به مقدار لنگر اعمالی، بلوک فشرده تنی ممکن است کاملاً درون بال قرار گرفته باشد و یا علاوه بر قسمت بال، بخشی از ارتفاع جان را نیز شامل شده باشد. برای تعیین نوع عملکرد مقطع با رانتر a استفاده می‌شود، بصورتی که اگر $a < h_f$ باشد، عملکرد مقطع بصورت مستطیلی (مستطیل با عرض b و عمق موثر d)، در نظر گرفته شده و در صورتیکه $a > h_f$

$$T = C \Rightarrow \boxed{a = \frac{\phi_s A_s f_y}{\phi_c \phi_c f_c b}}$$

باشد، مقطع عملکرد T شکل دارد.

نکته: در صورتیکه مقطع T شکل تحت اثر لنگر خمشی تنفی قرار بگیرد، بال مقطع تحت کشش قرار گرفته لذا از لحاظ خمشی تنفی نداشته و از آن صرف نظر می‌گردد، در این صورت مقطع به صورت مستطیل با عرض b و عمق موثر d در نظر گرفته می‌شود.



تحلیل مقطع T شکل با عملکرد مستطیلی:

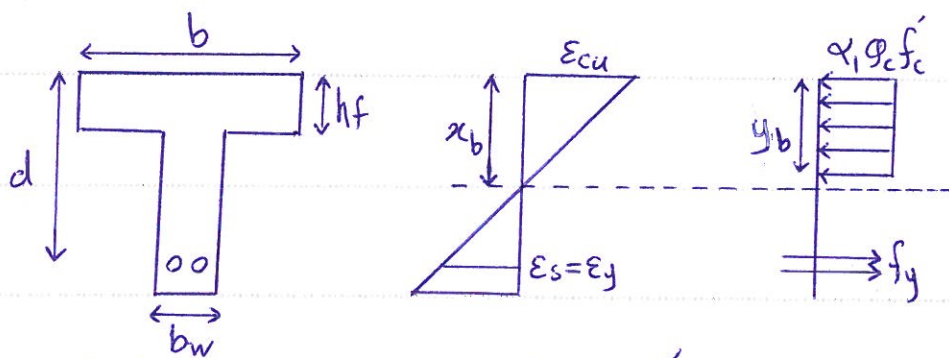
در این حالت مقطع بصورت مستطیلی با عرض b

و عمق مؤثر d مدل می‌شود، بنابراین می‌توان از

روابط ارائه شده برای مقطع مستطیلی در بخش‌های

قبل استفاده نمود.

تحلیل مقطع T شکل با عملکرد T شکل در حالت متوازن:

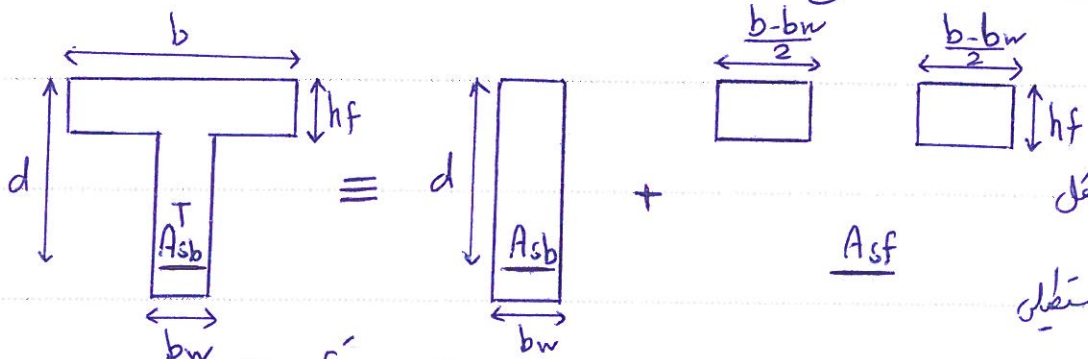


$$y_b = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} d$$

$$a_b = \beta_1 y_b$$

برای محاسبه فولاد متوازن، می‌توان مقطع را بصورت یک مستطیل (با عرض bw و ارتفاع مؤثر d) و دو

بال فشاری (با مجموع عرض b - bw و ارتفاع hf) در نظر گرفت.



$$A_{sb}^T = A_{sb1} + A_{sf}$$

A_{sb}^T : فولاد متوازن مقطع T شکل

A_{sb} : فولاد متوازن مقطع مستطیلی

A_{sf} : فولاد متوازن متناظر دو بال فشاری

$$A_{sb} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\rho_c}{\rho_s} \frac{f_c'}{f_y} \frac{7\alpha\phi}{7\alpha\phi + f_y} b_w d$$

$$A_{sf} = \alpha_1 \frac{\rho_c}{\rho_s} \frac{f_c'}{f_y} (b - b_w) h_f$$

$$A_{sb}^T = \alpha_1 \beta_1 \frac{\rho_c}{\rho_s} \frac{f_c'}{f_y} \frac{7\alpha\phi}{7\alpha\phi + f_y} b_w d + \alpha_1 \frac{\rho_c}{\rho_s} \frac{f_c'}{f_y} (b - b_w) h_f$$

تعیین ظرفیت خمشی مقطع کمر فولاد با عملکرد T شکل:

$$A_s < A_{sb}^T \quad \text{یا} \quad \rho = \frac{A_s}{b_w d} < \rho_b^T = \frac{A_{sb}^T}{b_w d} \Rightarrow \text{مقطع کمر فولاد}$$

$$M_r = M_f + M_w$$

$$M_f = \phi_s A_{sf} f_y \left(d - \frac{hf}{2} \right)$$

$$M_w = \phi_s A_{sw} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = \alpha_1 \phi_c f'_c a b_w \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} \quad , \quad a = \frac{\phi_s f_y A_{sw}}{\alpha_1 \phi_c f'_c b_w}$$

تعیین ظرفیت خمشی مقطع بر فولاد با عملکرد T شکل:

$$A_s > A_{sb}^T \quad \text{یا} \quad \rho > \rho_b^T \Rightarrow \text{مقطع بر فولاد} \Rightarrow \epsilon_s < \epsilon_y$$

$$a^2 + \frac{(7\phi\rho + \rho_f f_y)d}{\alpha_1 \phi_c f'_c} a - \frac{7\phi\rho B_1 d^2}{\alpha_1 \phi_c f'_c} = 0 \quad \text{از حل معادله مقابل ارتفاع بلوک}$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} \quad , \quad \rho = \frac{A_s}{b_w d} \quad \text{ضرایب (a) بدست می آید:}$$

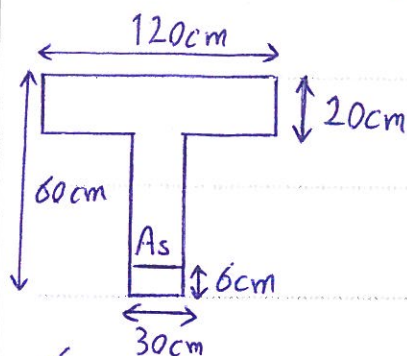
$$A_{sf} = \alpha_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) hf \quad , \quad A_{sw} = A_s - A_{sf}$$

$$M_r = M_w + M_f$$

$$M_f = \phi_s A_{sf} f_s \left(d - \frac{hf}{2} \right) = \alpha_1 \phi_c f'_c (b - b_w) \left(d - \frac{hf}{2} \right)$$

$$M_w = \phi_s A_{sw} f_s \left(d - \frac{a}{2} \right) = \alpha_1 \phi_c f'_c a b_w \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

سوال ۷: در تیر T شکل مقابل، در هر یک میگرد ستادل مقطع را بدست آورید.



حل: $h_f \geq \frac{b_w}{2} \Rightarrow 20 \text{ cm} \geq \frac{30}{2} = 15 \checkmark$

$b \leq 4b_w \Rightarrow 120 \leq 4 \times 30 = 120 \checkmark$

$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 20 = 0.82$
mpa

$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 20 = 0.92$
mpa

$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$

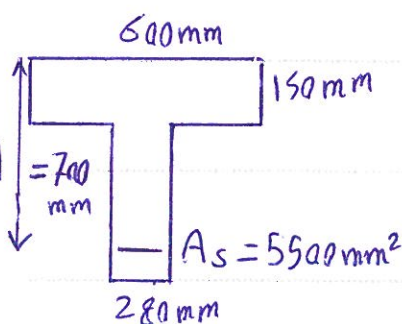
$\rho_b = \frac{A_{sb}^T}{b_w d}$

$A_{sb}^T = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} b_w d + \alpha_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f$

$A_{sb}^T = 0.82 \times 0.92 \frac{0.65}{0.85} \frac{20}{400} \frac{700}{700 + 400} \frac{300}{\text{mm}} \times \frac{(600 - 60)}{\text{mm}} + 0.82 \frac{0.65}{0.85} \frac{20}{400} \times$
 $\times (1200 - 300) \times \frac{200}{\text{mm}} = 8617 \text{ mm}^2$

$\rho_b = \frac{8617}{300 \times 540} = 0.0532$

سوال ۸: در تیر T شکل مقابل، ظرفیت فشرشی مقطع را تعیین کنید.



$f'_c = 35 \text{ mpa}$

$f_y = 380 \text{ mpa}$

$a = \frac{\phi_s A_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f'_c b}$

$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c = 0.85 - 0.0015 \times 35 = 0.8$

تعیین نحوه عملکرد مقطع:

$$B_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 35 = 0.88$$

$$a = \frac{0.85 \times 5500 \times 380}{0.8 \times 0.65 \times 35 \times 600} = 163 \text{ mm} > h_f = 150 \text{ mm} \Rightarrow \text{عملکرد T شکل}$$

$$A_{sb}^T = \alpha_1 B_1 \frac{\rho_c}{\rho_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{7d}{7d + f_y} b_w d + \alpha_1 \frac{\rho_c}{\rho_s} \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f$$

$$A_{sb}^T = 0.8 \times 0.88 \times \frac{0.65}{0.85} \times \frac{35}{380} \times \frac{700}{700 + 380} \times 280 \times 700 + 0.8 \times \frac{0.65}{0.85} \times \frac{35}{380} \times (600 - 280) \times 150 = 9404 \text{ mm}^2$$

$$A_s < A_{sb}^T \Rightarrow 5500 < 9404 \Rightarrow \text{حاصل کم فولاد است}$$

$$A_{sf} = \alpha_1 \frac{\rho_c}{\rho_s} \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f = 0.8 \times \frac{0.65}{0.85} \times \frac{35}{380} \times (600 - 280) \times 150$$

$$\Rightarrow A_{sf} = 2705 \text{ mm}^2$$

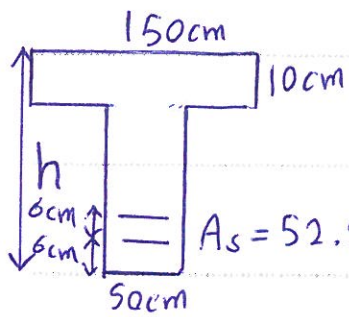
$$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 5500 - 2705 = 2795 \text{ mm}^2$$

$$M_r = M_f + M_w \Rightarrow M_r = \rho_s A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + \rho_s A_{sw} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$a = \frac{\rho_s f_y A_{sw}}{\alpha_1 \rho_c f'_c b_w} = \frac{0.85 \times 380 \times 2795}{0.8 \times 0.65 \times 35 \times 280} = 177.2 \text{ mm}$$

$$M_r = 0.85 \times 2705 \times 380 \left(700 - \frac{150}{2} \right) + 0.85 \times 2795 \times 380 \left(700 - \frac{177.2}{2} \right)$$

$$M_r = 1098034624 \text{ N-mm} \approx \underline{1098 \text{ kN-m}}$$



مثال ۹: تیر با مقطع T شکل، تحت اثر لنگر خمشی $M_u = 62 \text{ t-m}$ قرار دارد. ارتفاع مورد نظر تیر را بدست آورید. (تیر در شرایط عملکرد T قرار دارد)

$$f'_c = 2000 \text{ kg/cm}^2, \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

حل:

$$M_r = M_f + M_w \quad \text{ضریب خمشی مقطع T شکل (با عملکرد T شکل) با فرض کم فولاد بودن:}$$

$$M_r = \phi_s A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right) + \phi_s A_{sw} f_y \left(d - \frac{a}{2}\right), \quad A_{sf} = \alpha_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf}, \quad \alpha = \frac{\phi_s A_{sw} f_y}{\alpha_1 \phi_c f'_c b_w} \Rightarrow \alpha_1 = 0.85 - 0.0015 \times 20 = 0.82$$

$$A_{sf} = 0.82 \times \frac{0.65}{0.85} \times \frac{20}{400} (1500 - 500) \times 100 = 3135 \text{ mm}^2 \Rightarrow A_{sw} = 5250 - 3135 = 2115 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{0.85 \times 2115 \times 400}{0.82 \times 0.65 \times 20 \times 500} = 135 \text{ mm}$$

$$M_r = M_u \Rightarrow 62 \times 10^7 = 0.85 \times 3135 \times 400 \times \left(d - \frac{100}{2}\right) + 0.85 \times 2115 \times 400 \times \left(d - \frac{135}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 62 \times 10^7 = 1065900(d - 50) + 719100(d - 67.5) \Rightarrow d = 404 \text{ mm}$$

$$\text{فاصله سطح مقطع میلگرد از پایین مقطع: } 6 + \frac{6}{2} = 9 \text{ cm} \Rightarrow h = d + 90 \Rightarrow h = 494 \text{ mm} \sim 500 \text{ mm}$$

کنترل کم فولاد بودن مقطع:

$$A_{sb}^T = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} b_w d + \alpha_1 \frac{\phi_c}{\phi_s} \frac{f'_c}{f_y} (b - b_w) h_f$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c = 0.97 - 0.0025 \times 20 = 0.92 \Rightarrow d = 500 - 90 = 410 \text{ mm}$$

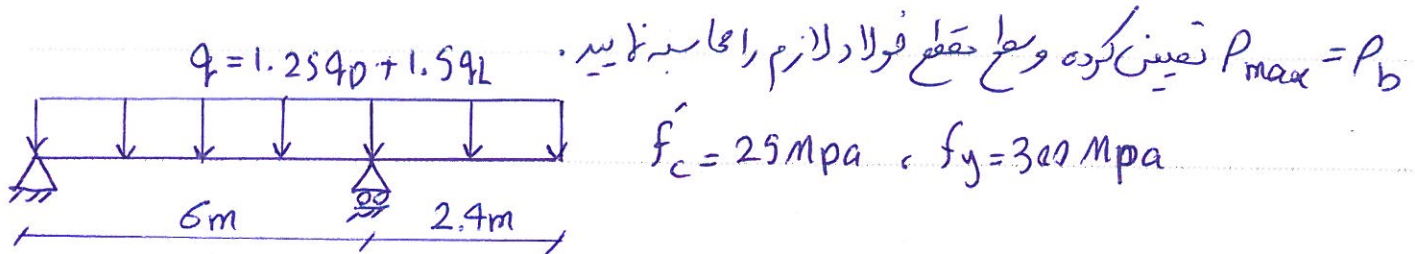
$$A_{sb}^T = 0.82 \times 0.92 \times \frac{0.65}{0.85} \times \frac{20}{400} \times \frac{700}{700 + 400} \times 500 \times 410 + 0.82 \times \frac{0.65}{0.85} \times \frac{20}{400} \times$$

$$(1500 - 500) \times 100 = 6898 \text{ mm}^2 \Rightarrow A_s < A_{sb}^T \Rightarrow 5250 \text{ mm}^2 < 6898 \text{ mm}^2$$

فرض مقطع کم فولاد صحیح است.

تمرینات فصل دوم:

۱- تیری مطابق شکل تحت بار $q_D = 15 \text{ kN/m}$ (شامل وزن تیر) و $q_L = 20 \text{ kN/m}$ مفروض است. نمودار لنگر خمش تیر را رسم کرده و بر مبنای لنگر حداکثر محاسبه گردد، ابعاد مقطع تیر را با فرض $\frac{d}{b} = 1.5$ و



۲- یک مقطع مستطیلی با پهنای $b = 300 \text{ mm}$ و ارتفاع موثر $d = 450 \text{ mm}$ مفروض است. فولاد فکری مقطع $2 \Phi 26$ و $d' = 65 \text{ mm}$ در نظر بگیرید. مقاومت نهایی (M_r) مقطع را در حالات زیر محاسبه نمایید.

الف - $A_s = 3 \Phi 32$ ، $f'_c = 30 \text{ mpa}$ ، $f_y = 400 \text{ mpa}$

ب - $A_s = 4 \Phi 32$

ج - $A_s = 6 \Phi 32$

۳- تیر ساده‌ای به دهانه $L = 4.8 \text{ m}$ تحت بار $q_D = 16.5 \text{ kN/m}$ (شامل وزن تیر) و بار

زنده $q_L = 21 \text{ kN/m}$ مفروض است. به دلایل مکاری $b = 200 \text{ mm}$ و $d = 300 \text{ mm}$

انتخاب شده است. با استفاده از روش مقاومت نهایی سطح مقطع فولاد را محاسبه کنید. در صورت

احتیاج به فولاد فکری $d' = 65 \text{ mm}$ فرض شود. $f'_c = 30 \text{ mpa}$ ، $f_y = 300 \text{ mpa}$

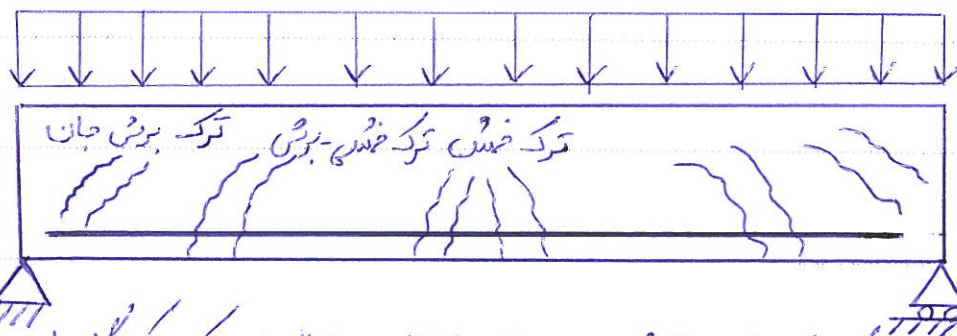
۴- یک مقطع T با عرض بال $b = 500$ ، عرض جان $b_w = 250$ ، فاصله بال $h_f = 125$ و ارتفاع موثر

$d = 500$ مفروض است. فولاد لازم را برای لنگر $M_u = 720 \text{ kN.m}$ محاسبه نمایید. $f'_c = 30 \text{ mpa}$

$f_y = 400 \text{ mpa}$

فصل سوم: رفتار و طراحی اعضای بتن مسلح تحت برش

قدم: اعضا، خمشی و به خصوص تیرها معمولاً علاوه بر خمش، تحت تأثیر برش نیز قرار می‌گیرند. در هر ناحیه‌ای از تیر که تغییرات لنگر خمشی وجود داشته باشد، برش هم وجود خواهد داشت. در تیرها معمولاً طراحی اولیه حلقه بر اساس خمشی انجام می‌گیرد. پس از تعیین ابعاد و فولادگذاری خمشی، مقطع تیر از نظر مقاومت در برش هم مورد بررسی قرار گرفته و در صورت لزوم، فولادهای مناسب جهت مقاومت در مقابل نیروی برشی در مقطع تعبیه می‌شوند. شکست برشی در یک مقطع بتن آرمه بصورت ناگهانی و بدون هشدار قبلی و یا با ظهور ترک‌های آشکار شکست زودرس رخ می‌دهد. به همین دلیل در بررسی برای اعضای بتن آرمه نیز بررسی‌های خاصی گفته شد. در یک تیر بتنی یا رفتار الاستیک، در اثر اعمال توأم برش و خمش، به نوع ترک خودگی مختل رخ

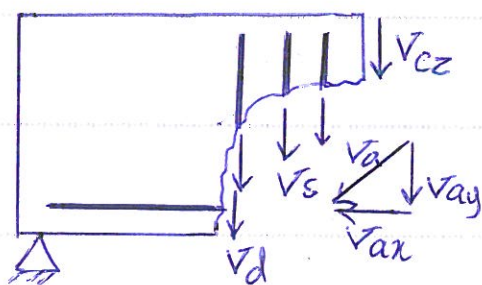


خواهد داد.

- الف- ترک برش جانبی: این ترک‌ها در ناحیه تنشی برشی تقریباً خالص، نظیر نزدیک تکیه‌گاه‌های تیر دو سر ساده شیب‌دار رخ می‌دهند. این ترک‌ها با زاویه 45 درجه و در عمق جان مقطع تشکیل شده و از پایین و بالایی مقطع قابل مشاهده می‌شوند.
- ب- ترک‌های خمشی-برشی: این ترک‌ها در ناحیه‌ای از تیر به وقوع می‌پیوندند که هر دو تنشی و برشی وجود داشته باشد. در یک تیر دو سر ساده با دور شدن تدریجی از تکیه‌گاه و قبل از رسیدن به وسط تیر، این ترک‌ها وجود دارند.
- ج- ترک‌های خمشی: این ترک‌ها در ناحیه‌ای از تیر که برش ناچیز بوده و فقط تنشی خمشی وجود دارد (نظیر وسط یک تیر دو سر ساده) اتفاق می‌افتد. این ترک‌ها بصورت تقریباً قائم بالا رفته و نامحور خمشی نمود می‌کنند.

ظرفیت برشی بتن آرمه:

مقاومت برشی مقاطع بتن آرمه ناشی از دو عامل زیر می‌باشد:



۱- مقاومت برشی بتن، V_c

۲- مقاومت برشی میلگرد های عرضی (خاموت)، V_s

شکل تعادل مربوط به یک تیر تحت برش می‌باشد:

مقاومت برشی بتن را می‌توان مجموعی از مقاومت عوامل زیر در نظر گرفت:

(۱) ظرفیت برشی بتن در ناحیه ترک نخورده (V_{cz})

(۲) نیروی حاصل از عمل سطح برشی فولاد های خمشی که بتن را در قسمت پایین ترک به هم فشرده و با تغییر شکل برشی خود، از جابه‌جایی ترک مانع می‌گردد (V_d).

(۳) نیروی حاصل از درگیر شدن دانه‌ها و بتن در طرفین ترک مورب، که به صورت پیوسته وجود داشته و از جابه‌جایی قائم و باز شدن بیشتر ترک مانع می‌گردد. برای این نیرو در راستای قائم با (V_{ay}) نباید در نظر گرفته شود؛ قبل از وقوع ترک در مقطع، میلگرد های برشی نقش در تحمل برشی ندارند و تنها عامل مقاومت برشی مقطع، مقاومت ناشی از بتن می‌باشد.

در حالت حدی نهایی، نیروی برشی مقاوم مقطع از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$V_r = V_c + V_s$$

V_s نیروی برشی نهایی میلگرد ها و V_c نیروی برشی نهایی بتن می‌باشد که برابر است با:

$$V_c = V_{cz} + V_d + V_{ay}$$

$$V_u \leq V_r$$

کنترل حالت حدی نهایی بر اساس رابطه زیر صورت می‌گیرد:

مقاومت برشی بتن:

۱- مقاومت برشی اعضایی که تحت اثر برش و خمش قرار دارند:

$$V_c = 0.2 \Phi_c \sqrt{f'_c} b_w d$$

رابطه تقریبی:

$$V_c = (0.19 \Phi_c \sqrt{f'_c} + 12 \rho_w \frac{V_u d}{M_u}) b_w d < 0.35 \Phi_c \sqrt{f'_c} b_w d$$

رابطه دقیق:

$$\frac{V_u d}{M_u} \leq 1 \quad \left(\Phi_c = 0.65 \right)$$

Φ_c : ضریب ایمنی برای مقاومت بتن (نمونه استاندارد بتن، گدازها)

b_w : عرض بزرگترین مستطیل که در تمام ارتفاع مقطع حضور دارد، میلی‌متر

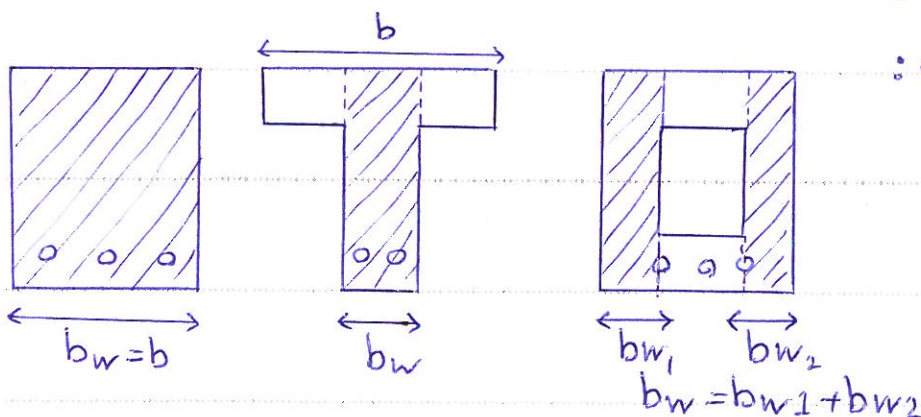
d : عمق مؤثر مقطع، میلی‌متر

ρ_w : درصد میلگرد طولی مقطع

V_u : نیروی برشی وارد بر مقطع، نیوتن

M_u : لنگری که همزمان با V_u بر مقطع وارد می‌شود، نیوتن-میلی‌متر

نحوه محاسبه b_w در مقاطع مختلف:



۲- مقاومت برشی اعضایی که تحت اثر برش، خمش و فشار محوری قرار دارند:

$$V_c = 0.2 \Phi_c \sqrt{f'_c} \left(1 + \frac{N_u}{12 A_g} \right) b_w d$$

رابطه تقریبی:

$$V_c = (0.19 \phi_c \sqrt{f'_c} + 12 \rho_w \frac{V_u d}{M_u}) b_w d < 0.35 \phi_c \sqrt{f'_c} \times \sqrt{1 + \frac{N_u}{3A_g}} b_w d \quad \text{رابطه دقیق:}$$

$$M_m = M_u - N_u \left(\frac{4h - d}{8} \right)$$

N_u : نیروی محوری فشاری وارد بر مقطع، نیوتن

M_m : ممانگر اعمال شده، نیوتن-میلی متر

A_g : مساحت کل مقطع، میلی متر مربع

h : ارتفاع کل عضو، میلی متر

نکته: اگر M_m در رابطه بالا منفی بدست آید، V_c از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$V_c = 0.35 \phi_c \sqrt{f'_c} \times \sqrt{1 + \frac{N_u}{3A_g}} b_w d$$

۳- مقاومت برشی اعضایی که تحت اثر برش، خشن و گسسی محوری قرار دارند:

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f'_c} \left(1 - \frac{N_u}{3A_g} \right) b_w d \geq 0$$

مقاومت برشی مسلک‌دار:

مسلک‌داری برشی به شکل‌های مختلف در مقطع بکار می‌روند، از جمله رایج‌ترین آن‌ها عبارتند از:

(۱) خاوت‌داری عمود بر محور عضو (خاوت قائم)

(۲) خاوت‌داری با زاویه ۴۵ درجه یا بیشتر نسبت به مسلک‌داری گسسی طولی به نحوی که ترک‌های اقلالی قطری را قطع کنند (خاوت مایل).

(۳) مسلک‌داری طولی خم‌شده به قطر حداکثر ۳۲ میلی متر و با زاویه ۳۰ درجه یا بیشتر نسبت به مسلک‌داری

کنش طولی، به نحوی که ترک‌های قطری احتمالی را قطع کنند.

(۴) ترکیبی از خاوت‌های قائم یا مایل با میلگردهای طولی خم‌شده

(۵) میلگردهای طولی توزیع شده در ارتفاع تیرهای عمیق (تیرهایی که نسبت ارتفاع مقطع به دهانه آزاد آن‌ها بزرگتر

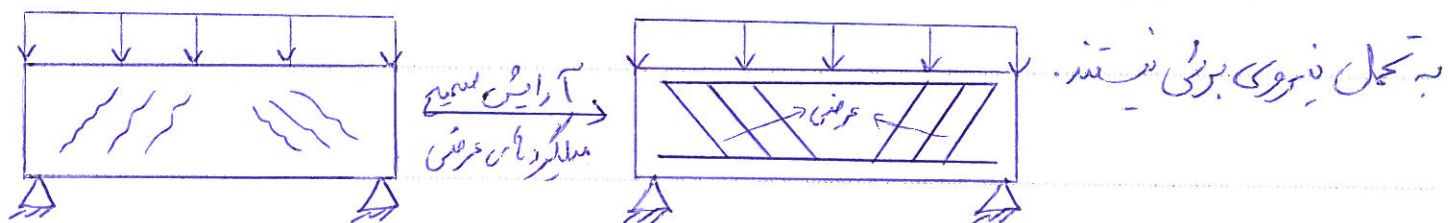
از $\frac{1}{6}$ می‌باشد، تیر عمیق نامیده می‌شوند).

(۶) مارپیچ

نکته: با پیدایش اولیه ترک‌ها در مقطع، بخشی عمده نیروی برشی به میلگردهای برشی انتقال می‌یابد. بهترین استفاده

از ظرفیت برشی میلگرد هنگامی رخ می‌دهد که میلگردهای برشی عود بر استای ترک‌های ایجاد شده در طول عضو به کار روند.

در صورتیکه این میلگرد در راستای ترک‌ها به کار روند، عملاً از ظرفیت برشی آن‌ها استفاده نمی‌شود و میلگرد قادر



۱- مقاومت برشی خاوت‌های قائم:

Φ_s : ضریب جزئی این فولاد ($\Phi_s = 0.85$)

$$V_s = \Phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{s}$$

A_{sv} : سطح مقطع تانگه‌های قائم خاوت

f_{yv} : مقاومت منحنه فولاد تانگه عرضی که نباید بیشتر از 400 Mpa در نظر گرفته شود.

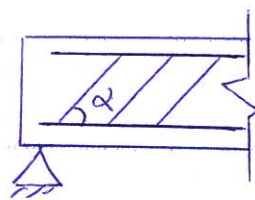
s : فاصله افقی بین خاوت‌ها

V_s : نیروی برشی مقاوم زائده خاوت‌ها

d : عمق مؤثر مقطع

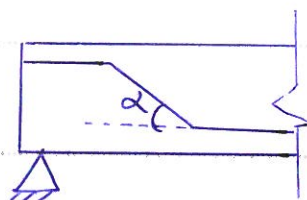
۲- مقاومت برشی فاقوت‌های مایل:

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{d}{s}$$



۳- مقاومت برشی مسلک‌های موازی خم‌شده:

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \sin \alpha \leq 0.3 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

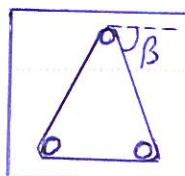


V_s : نیروی برشی مقاوم‌نایس یک مسلک‌ منفرد و یا یک ردیف مسلک‌های متوازی که هنگام در فاصله‌ای یکسان از تکیه‌گاه خم‌شده‌انده نیوتن.

نکته: در صورتیکه مسلک‌های شامل یک سری مسلک‌های خم‌شده موازی و یا چند ردیف مسلک‌های خم‌شده موازی باشد که در فواصل مختلف از تکیه‌گاه خم‌شده‌انده، نیروی برشی مقاوم‌نایس V_s را می‌توان V_d در حد مقدار بدست آمده از رابطه بالا در نظر گرفت. در این صورت حداکثر مقدار V_s به $0.5 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$ محدود می‌شود.

۴- مقاومت برشی مسلک‌های عرضی مثلثی یا ذوزنقه‌ای با زاویه β نسبت به افق:

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{s} \sin \beta$$



نکته: در صورتیکه بیش از یک نوع مسلک‌های برشی در مقطع بکار رود، نیروی برشی مقاوم‌نایس مقطع V_s ، برابر مجموع مقادیر V_s برای انواع مسلک‌ها در نظر گرفته می‌شود.

مثال ۱: در یک مقطع مستطیلی برای تحمل برش از تعدادی مسلک موازی که هگل در فاصله ای یکسان از تکیه گاه خم شده اند، استفاده می‌شود. ارتفاع مؤثر مقطع $d = 600 \text{ mm}$ و عرض مقطع $b = 400 \text{ mm}$ ، زاویه مسلک نسبت به افق 45° درجه، قطر مسلک خم شده به بالا 12 mm ، $f_c = 25 \text{ mpa}$ و $f_y = 340 \text{ mpa}$ می‌باشد. V_c و V_s را بدست آورید.

حل:

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

$$V_c = 0.2 \times 0.65 \sqrt{25} \times 400 \times 600 = 156 \text{ kN}$$

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \sin \alpha \leq 0.3 \phi_c \sqrt{f_c} b d$$

$$V_s = 0.85 \times \frac{\pi}{4} 12^2 \times 340 \times \sin 45 \leq 0.3 \times 0.65 \times \sqrt{25} \times 400 \times 600$$

$$V_s = 23 \text{ kN} \leq 234 \text{ kN} \Rightarrow V_s = 23 \text{ kN}$$

مداقل مسلک برشی:

در تمام اعضای خمشی بتن آرمه که در آنجا $V_u > \frac{V_c}{2}$ باشد، باید مداقل مسلک برشی که از رابطه زیر محاسبه می‌شود، در مقطع بکار برده شود:

$$\frac{A_{sv \min}}{s} = 0.35 \frac{b_w}{f_{yv}}$$

نکته: مطابق مبحث نرم مقررات ملی ساختمان در موارد زیر می‌توان ضابطه مداقل مسلک برشی را نادیده گرفت:

(۱) دال‌های و بی‌

(۲) سقف‌های صافته شده با سیستم تیرچه‌های بتنی

(۳) تیرهایی که ارتفاع آنها کمتر از 250 mm است.

(۴) تیرهایی که به صورت یکپارچه با دال ریخته شده و ارتفاع کل آنها کمتر از 2.5 برابر ضخامت دال، سقف پهنای جان و 600 mm باشد.

مدالکتر فاصله خالصت برای برشی:

$$V_s \leq 0.125 \phi_c f'_c b_w d \Rightarrow s_{max} = \frac{d}{2}$$

$$V_s > 0.125 \phi_c f'_c b_w d \Rightarrow s_{max} = \frac{d}{4}$$

مراجعه مسلک‌های برشی:

با توجه به مقدار برشی وارد بر مقطع (V_u) و مقاومت برشی بتن مقطع (V_c) ، مراجعه مسلک‌های برشی بر

اساس موارد زیر انجام می‌شود:

۱) در صورتیکه $V_u < \frac{V_c}{2}$ باشد، مقاومت برشی مقطع به تنهایی جوابگو بوده و نیازی به وجود مسلک برشی نیست.

۲) اگر $\frac{V_c}{2} < V_u < V_c$ باشد، باید مسلک برشی حداقل به میزان $(\frac{A_{sv}}{s})_{min} = 0.35 \frac{b_w}{f_y}$

در مقطع قرار بگیرد.

۳) اگر $V_u > V_c$ باشد، باید مسلک‌های برشی محاسباتی که با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شوند، در

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{V_u - V_c}{\phi_s f_y d} \geq (\frac{A_{sv}}{s})_{min}$$

مقطع قرار بگیرند.

نکته: مقدار مدالکتر فولاد برشی مقطع به $4V_c$ محدود می‌شود، یعنی:

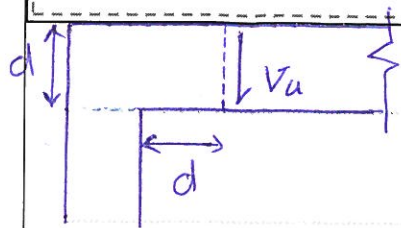
$$V_s \leq 4V_c$$

مثال ۲: تیر دوپرساده با مشخصات $L=10m$ ، $b_w=350mm$ و $d=520mm$ و $h=600mm$

تحت بار $q_D=35kN/m$ (با انتساب وزن تیر) و $q_L=18kN/m$ به فولاد برشی لازم سطح

کشیده. $(f'_c=21mpa$ و $f_y=300mpa)$

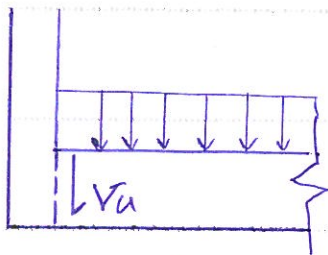
حل: $q_u = 1.25q_D + 1.5q_L = 1.25 \times 35 + 1.5 \times 18 = 70.8 kN/m$



ناحیه بحرانی برای برش:

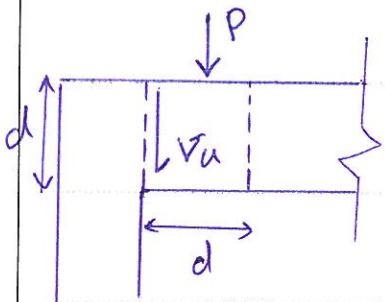
الف - اگر تکیه‌گاه باعث ایجاد نیروی فشاری در مقطع شود، ناحیه بحرانی به فاصله

d از بر تکیه‌گاه خواهد بود.



ب - اگر تکیه‌گاه اثر نیروی فشاری بر تیر نداشته باشد، مقطع بحرانی برای

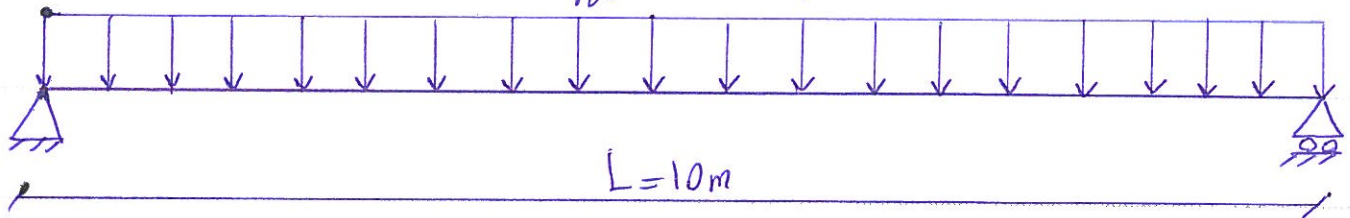
کنترل برش لبه تکیه‌گاه می‌باشد.



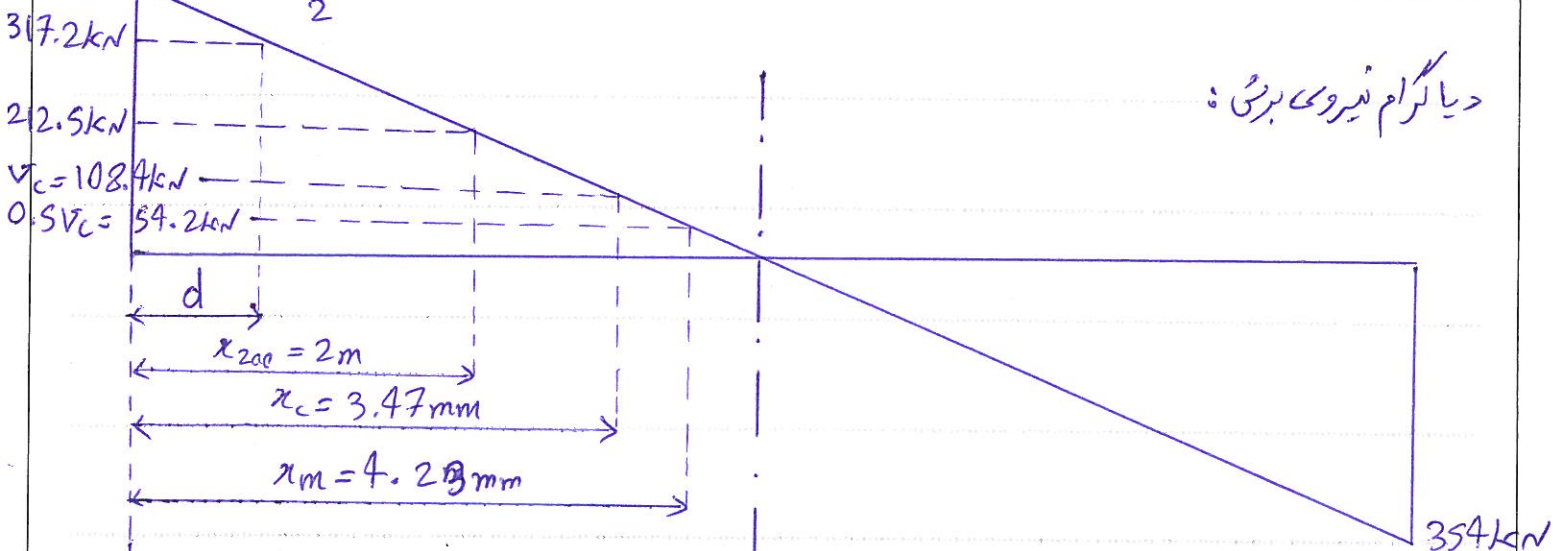
ج - در صورتیکه در فاصله d ، بار متمرکز قرار داشته باشد، محل کنترل نیروی برش

همان لبه تکیه‌گاه خواهد بود.

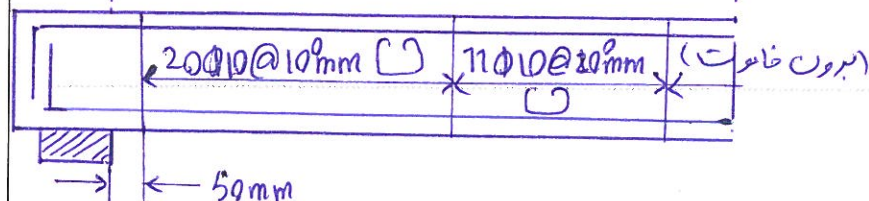
$$q_u = 70.8 \text{ kN/m}$$



$$354 \text{ kN} = \frac{70.8 \times 10}{2}$$



دیاگرام نیروی برش:



$$V_u = q_u \left(\frac{L}{2} - d \right) = 70.8 \left(\frac{10}{2} - 0.52 \right) = 317.2 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f_c'} b_w d = 0.2 \times 0.65 \times \sqrt{21} \times 350 \times 520 = 108.4 \text{ kN}$$

$$V_u = V_r = V_c + V_s \Rightarrow V_s = V_u - V_c \Rightarrow V_s = 317.2 - 108.4 = 208.8 \text{ kN}$$

کنترل حداکثر فولاد برشی:

$$V_s < 4V_c \Rightarrow 208.8 < 4 \times 108.4 \Rightarrow 208.8 < 433.6 \checkmark$$

طراحی سیگرویدی برشی:

$$\text{اگر } V_u \geq V_c \Rightarrow \frac{A_{sv}}{s} = \frac{V_u - V_c}{\phi_s f_{yd}} \geq \left(\frac{A_{sv}}{s} \right)_{\min}$$

$$\Rightarrow 317.2 > 108.4 \Rightarrow \frac{A_{sv}}{s} = \frac{(317.2 - 108.4) \times 10^3}{0.85 \times 350 \times 520} \Rightarrow \frac{A_{sv}}{s} = 1.57 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{A_{sv}}{s} \right)_{\min} = 0.35 \frac{b_w}{f_y} \Rightarrow \left(\frac{A_{sv}}{s} \right)_{\min} = 0.35 \frac{350}{300} = 0.41 \text{ mm} \quad \text{کنترل حداقل}$$

$$\Rightarrow \frac{A_{sv}}{s} \geq \left(\frac{A_{sv}}{s} \right)_{\min} \Rightarrow 1.57 \geq 0.41 \checkmark \quad \text{سیگرویدی برشی}$$

اگر از $\phi 10$ با دو ضافه قائم به عنوان فولاد برشی استفاده کنیم:

$$A_{sv} = 2 \times \frac{\pi \times 10^2}{4} = 157 \text{ mm}^2 \Rightarrow \frac{A_{sv}}{s} = 1.57 \Rightarrow s = \frac{157}{1.57} = 100 \text{ mm}$$

کنترل حداکثر فاصله خاموت لای برشی:

$$V_s \leq 0.125 \phi_c f_c' b_w d \Rightarrow s_{\max} = \frac{d}{2}$$

$$208.8 \leq 0.125 \times 0.65 \times 21 \times 350 \times 520 \Rightarrow 208.8 \text{ kN} \leq 310.5 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow s_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{520}{2} = 260 \text{ mm} \Rightarrow s \leq s_{\max} \Rightarrow 100 < 260 \checkmark$$

USE $\phi 10 @ 100 \text{ mm}$ L at support

برای فولادگذاری در طول تیر، اگر فاصله مجزوه‌ای از وسط تیر که در آن به فولاد برشی نیاز نیست $(V_u < \frac{V_c}{2})$ از تکیه‌گاه با x_m و فاصله مجزوه‌ای از تیر که در آن به فولاد برشی حداقل (غیرحسابی) نیاز است $(\frac{V_c}{2} < V_u < V_c)$ از تکیه‌گاه با x_c نشان داده شود، با توجه به نمودار تغییرات نیروی برشی در ص ^{۴۶} خواهیم داشت:

$$x_m = \frac{V_{u, support} - 0.5V_c}{q_u} = \frac{354 - 0.5 \times 108.4}{70.8} = 4.23 \text{ m}$$

$$x_c = \frac{V_{u, support} - V_c}{q_u} = \frac{354 - 108.4}{70.8} = 3.47 \text{ m}$$

بر اساس محاسبات قبلی، در تکیه‌گاه با حداکثر میزان نیروی برشی، فولاد قائم $\Phi 10$ به شکل U باید

در فواصل 100 mm قرار گیرد. بدین است که به حوازیات کم شدن برشی در طول تیر، می‌توان از مقدار فولاد

برشی کاست. در این ارتباط معمولاً مقرو شکل فولاد جان در طول تیر ثابت گرفته شده و فاصله آن را تغییر

داده می‌شود. این تغییرات باید در صدی باشد که از نظر اقتصادی مفید تلقی شود و نباید در صدی هم باشد که

از نظر اجرایی با شکل روبه‌رو گردد. اگر در نزدیکی تکیه‌گاه، خاوص ۶ را در فواصل 100 mm و در ناحیه‌ای دیگر

خاوص ۶ را در فواصل 200 mm قرار دهیم و اگر فاصله ابتدای ناحیه هم از تکیه‌گاه را با x_{200} و برشی مشافط با آن را

با $V_{u, 200}$ فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$V_{u, 200} = V_c + \frac{A_{sv} Q_s f_{yd}}{s} = 108.4 + \frac{157 \times 0.85 \times 300 \times 520}{200} = 212.5 \text{ kN}$$

$$\frac{x_{200}}{L/2} = \frac{V_u - V_{u, 200}}{V_u} \Rightarrow \frac{x_{200}}{10/2} = \frac{354 - 212.5}{354} \Rightarrow x_{200} = 2 \text{ m}$$

فاصله اولین خاوص برشی حوضافه با قطر $\Phi 10$ را از تکیه‌گاه برابر 50 mm فرض کرده و فواصل خاوص ۶ برشی

را به صورت زیر تنظیم می‌کنیم:

۱- خاموت در فاصله 50 mm $\equiv$ 50 mm

۲۰- خاموت چوب فاصله 100 mm $\equiv$ 2000 mm

۱۱- خاموت پیر فاصله 200 mm $\equiv$ 2200 mm

750 میلی متر برون فولاد $\equiv$ 750 mm

جمع: 5000 mm (تصف دهانه)

✓ مثال ۳: مقطع شش‌ضلعی از یک تیر-ستون، بطور همزمان تحت برش با ضریب $V_u = 350 \text{ kN}$

لنگر شش با ضریب $M_u = 200 \text{ kN.m}$ و نیروی محوری فشاری $N_u = 150 \text{ kN}$ قرار گرفته است.

اگر مشخصات مقطع به صورت $b = 350 \text{ mm}$ ، $d = 500 \text{ mm}$ و $h = 600 \text{ mm}$ بوده و $f'_c = 30 \text{ mpa}$

و $f_y = 400 \text{ mpa}$ باشد، مقطع مورد نظر را به فولاد برشی لازم بصورت خاموت مایل با زاویه ۵۰ درجه

سلح کنید. فرض کنید درصد فولاد شش در مقطع برابر ۱.۷ درصد باشد.

حل:

رابطه تقریبی: $V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f'_c} \left(1 + \frac{N_u}{12 A_g}\right) b_w d$

$$V_c = 0.2 \times 0.65 \times \sqrt{30} \left(1 + \frac{150 \times 10^3}{12 \times 350 \times 600}\right) \times 350 \times 500 = 132.02 \text{ kN}$$

رابطه دقیق: $V_c = \left(0.19 \phi_c \sqrt{f'_c} + 12 \rho_w \frac{V_u d}{M_m}\right) b_w d < 0.35 \phi_c \sqrt{f'_c} \times \left(1 + \frac{N_u}{3 A_g}\right) b_w d$

$$V_c = \left(0.19 \times 0.65 \times \sqrt{30} + 12 \times 0.017 \frac{350 \times 10^3 \times 500}{164.4 \times 10^6}\right) \times 350 \times 500 = 156.38 \text{ kN}$$

$$M_m = M_u - N_u \left(\frac{4h - d}{8}\right) = 200 \times 10^6 - 150 \times 10^3 \left(\frac{4 \times 600 - 500}{8}\right) = 164.4 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$0.35 \phi_c \sqrt{f'_c} \times \sqrt{1 + \frac{N_u}{3A_g}} b_w d = 0.35 \times 0.65 \times \sqrt{30} \times \sqrt{1 + \frac{150 \times 10^3}{3 \times 350 \times 600}} \times 350 \times 500$$

$$= 242.63 \text{ kN} \Rightarrow V_c = 156.38 \text{ kN} < 242.63 \text{ kN} \checkmark$$

$$V_s = V_u - V_c \Rightarrow V_s = 350 - 156.38 = 193.62 \text{ kN}$$

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{d}{s} \Rightarrow \left(\frac{A_{sv}}{s} \right)_{\text{req}} = \frac{V_s}{\phi_s f_{yv} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{A_{sv}}{s} \right)_{\text{req}} = \frac{193.62 \times 10^3}{0.85 \times 400 (\sin 45 + \cos 45) \times 500} = 0.81 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{A_{sv}}{s} \right)_{\text{min}} = 0.35 \frac{b_w}{f_{yv}} = 0.35 \frac{350}{400} = 0.31 \text{ mm} \Rightarrow 0.81 > 0.31 \checkmark$$

اگر از $\phi 10$ با دو ضلع قائم به عنوان فولاد برشی استفاده کنیم:

$$A_{sv} = 2 \times \frac{\pi \times 10^2}{4} = 157 \text{ mm}^2 \Rightarrow \frac{A_{sv}}{s} = 0.81 \Rightarrow s = \frac{157}{0.81} = 193 \text{ mm}$$

کنترل حداکثر فاصله خالص برشی:

$$V_s \leq 0.125 \phi_c f'_c b_w d \Rightarrow s_{\text{max}} = \frac{d}{2}$$

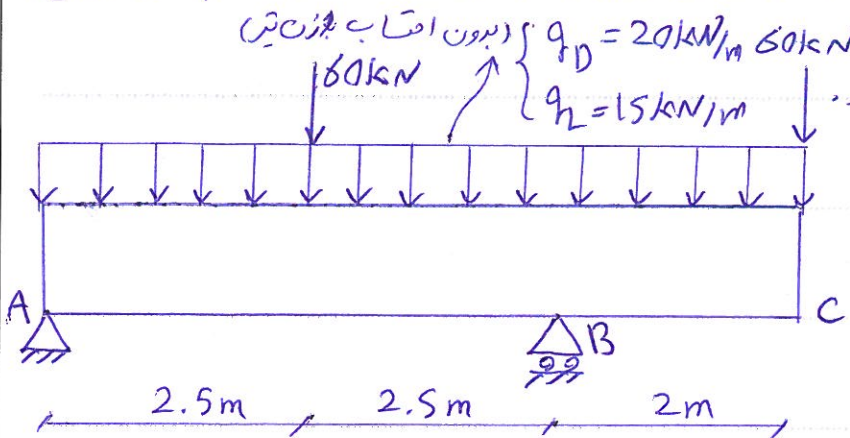
$$193.62 \text{ kN} < 0.125 \times 0.65 \times 30 \times 350 \times 500 \Rightarrow 193.62 \text{ kN} < 426.56 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow s_{\text{max}} = \frac{d}{2} = \frac{500}{2} = 250 \text{ mm} \Rightarrow s \leq s_{\text{max}} \Rightarrow 193 < 250 \checkmark$$

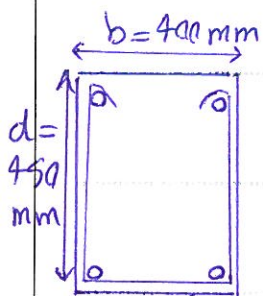
USE $\phi 10 @ 193 \text{ mm}$, $\angle \alpha = 45^\circ$

تمرینات فصل سوم:

۱- تیر زیر بارهای مشخصات $f_c = 25 \text{ mpa}$ ، $h = 900 \text{ mm}$ ، $d = 800 \text{ mm}$ ، $b_w = 500 \text{ mm}$ و $f_y = 300 \text{ mpa}$ به فولاد برش لازم ملح کنید.



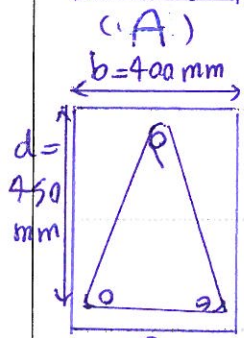
۲- مقطع مستطیلی شکل زیر را در نظر بگیرید. با فرض $f_c = 30 \text{ mpa}$ و $f_y = 400 \text{ mpa}$ ظرفیت برشی



مقطع را در حالات زیر محاسبه کنید:

الف - اگر از فولاد برش قائم به شکل A و به میزان $\Phi 10 @ 125 \text{ mm}$ استفاده شود.

ب - اگر از فولاد برش قائم و به شکل B و به میزان $\Phi 10 @ 125 \text{ mm}$ استفاده شود.



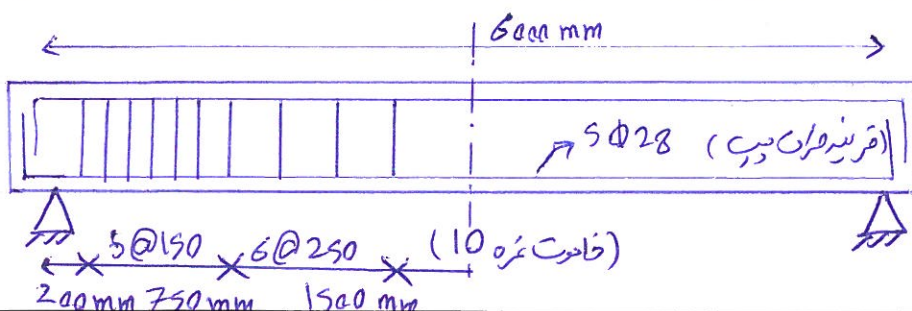
ج - اگر از فولاد برش مایل با زاویه 45° به شکل A و به میزان $\Phi 10 @ 125 \text{ mm}$ استفاده شود.

د - اگر از فولاد برش مایل با زاویه 45° به شکل B و به میزان $\Phi 10 @ 125 \text{ mm}$ استفاده شود.

ه - با تقایب ظرفیت برشی فولاد در حالت دس الف و ج و تقایب میزان فولاد

مصرفی در هر حالت استدلال کنید که آیا استفاده از فولاد دس برشی قائم مقرون به صرفه است یا فولاد دس برشی مایل؟

۳- تیر زیر عیاره بر وزن خود، بار زنده یکنواختی به شدت 45 kN/m را حمل می‌کند. لطافت خاموت را کنترل کنید.



$f_c = 20 \text{ mpa}$

$f_y = 300 \text{ mpa}$