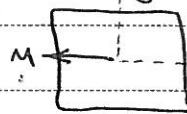
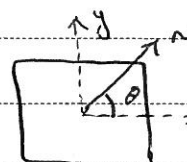


«~~استاد امیرحسینی~~»

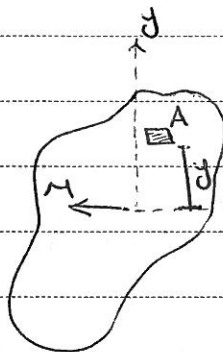
«مقایسه مصالح I»



محور x -> تنش ساده



محور x -> تنش در محور x



رابطه تنش

$\sigma < 0$ (فشار)

$\sigma > 0$ (کشش)

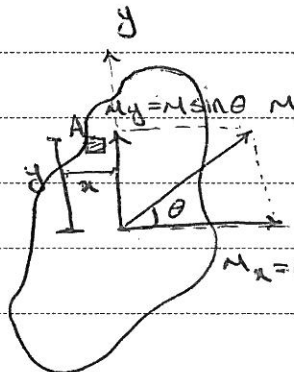
تنش ساده:

$$\sigma = -\frac{My}{I}$$

یافتن نقطه تنش
نظر از تار تنش

تنش ساده:

یافتن نقطه تنش
نظر از تار تنش

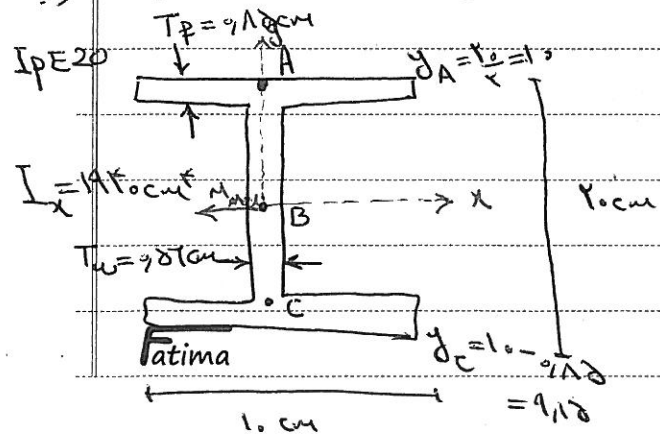


رابطه تنش

$$\sigma = \pm \frac{M \cos \theta y}{I_x} + \frac{M \sin \theta x}{I_y}$$

محور x -> تنش در محور x

مثال: در سیم مقابل تنش نرمال (تأثیر از تنش فشاری و کششی) در نقاط A, B, C برآورد شود.



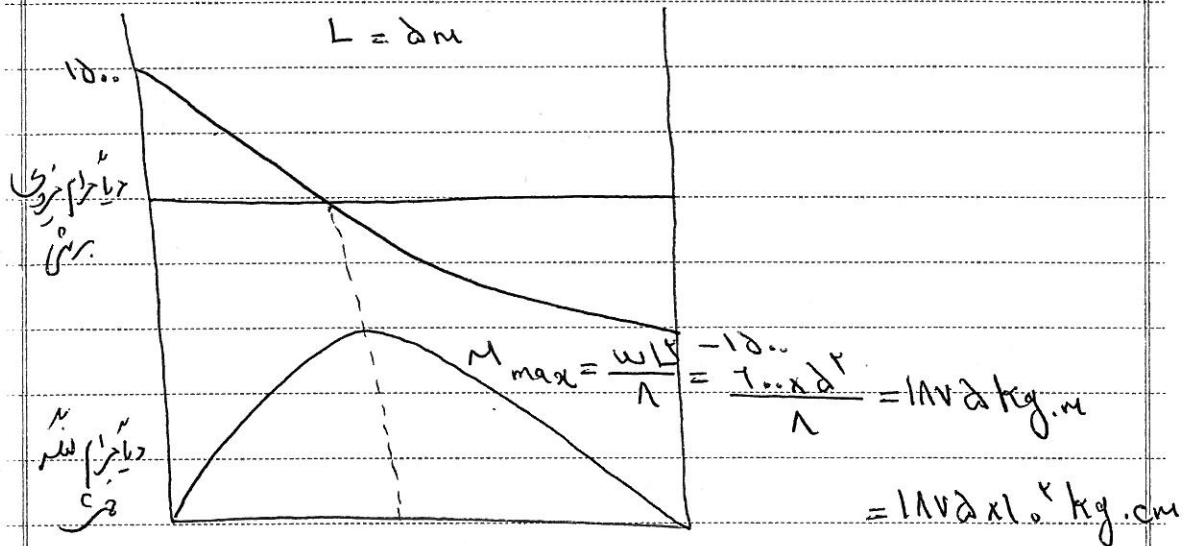
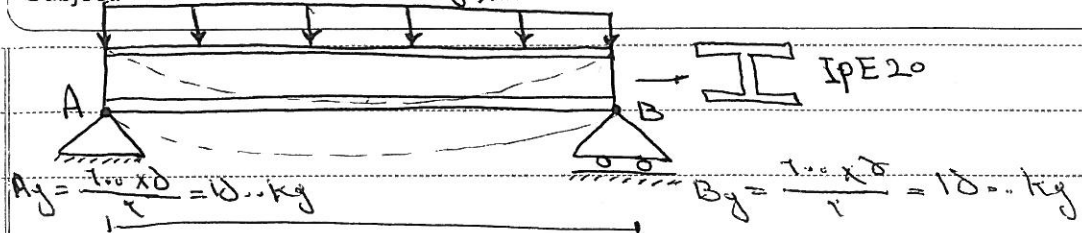
$$\sigma_B = -\frac{My_B}{I_x} = -\frac{1175 \times 10^4 \times 10}{1940} = 0$$

$$\sigma_C = +\frac{My_C}{I_x} = +\frac{1175 \times 10^4 \times 10}{1940}$$

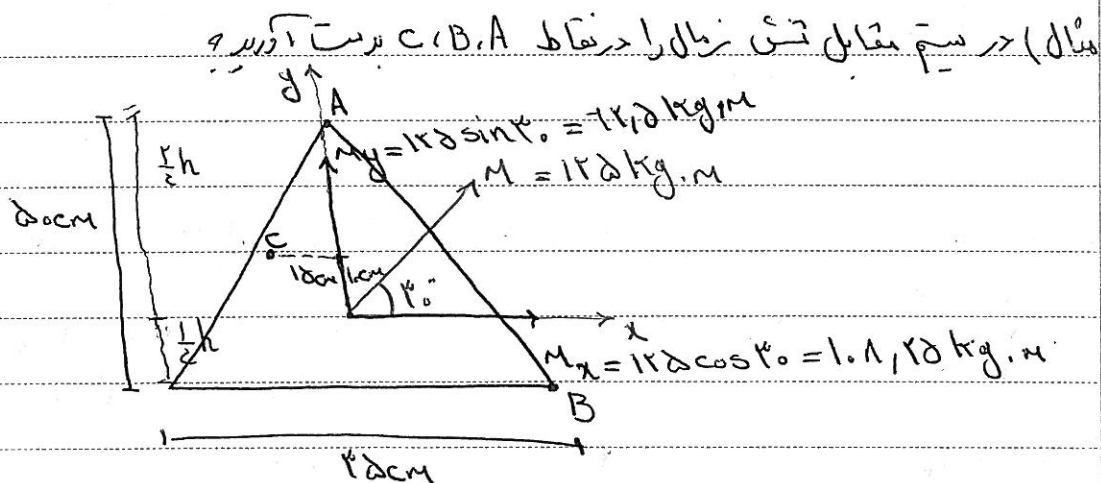
$$= 1175.44 \text{ kg/cm}^2 < 0.1 F_y$$

۲۴٪ تنش تسلیم فولاد

Subject: ميكانيكا $w = 100 \text{ kg/m}$ Month: _____ Date: _____



$$\sigma_A = \frac{M y}{I} = - \frac{1600 \times 10^4 \times 10}{1940} = -8247 \text{ kg/cm}^2 < 0.7 F_y = 14400 \text{ kg/cm}^2$$



$$I_x = \frac{b h^3}{12} = \frac{60 \times 80^3}{12} = 256000 \text{ cm}^4$$

Fatima

$$I_y = \frac{h b^3}{12} = 160000 \text{ cm}^4 = \frac{80 \times 60^3}{12}$$

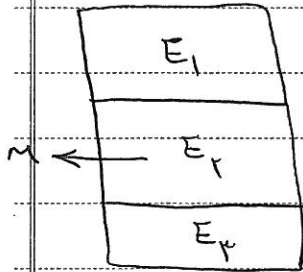
$$\sigma = \pm \frac{M_x y}{I_x} \pm \frac{M_y x}{I_y}$$

$$\sigma_A = \left[\frac{+10.8128 \times 10^4 \times \left(\frac{1}{4} \times 50\right)}{121827} \right] + \left[\frac{7218 \times 10^4 \times 0}{44111} \right] = 2.11 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_B = \left[\frac{+10.8128 \times 10^4 \times \left(\frac{1}{4} \times 50\right)}{121827} \right] - \left[\frac{7218 \times 10^4 \times \left(\frac{1}{4} \times 50\right)}{44111} \right] = -1.48 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_C = + \left[\frac{10.8128 \times 10^4 \times 10}{121827} \right] + \left[\frac{7218 \times 10^4 \times 10}{44111} \right] = +2.99 \text{ kg/cm}^2$$

فرض خالص در مقاطع مرکب :



$$n_i = \frac{E_i}{E_0} \quad \text{نسبت ضریب همبستگی}$$

$$E_0 = E_1 \Rightarrow \begin{cases} n_1 = \frac{E_1}{E_0} = 1 \\ n_2 = \frac{E_2}{E_0} \\ n_3 = \frac{E_3}{E_0} \end{cases}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum n_i A_i y_i}{\sum n_i A_i} = \frac{n_1 A_1 y_1 + n_2 A_2 y_2 + n_3 A_3 y_3}{n_1 A_1 + n_2 A_2 + n_3 A_3} \quad \text{مختصات مرکز ثقل}$$

$$I = \sum n_i I_i = n_1 I_1 + n_2 I_2 + n_3 I_3 \quad \text{ممان اینرسی مرکب}$$

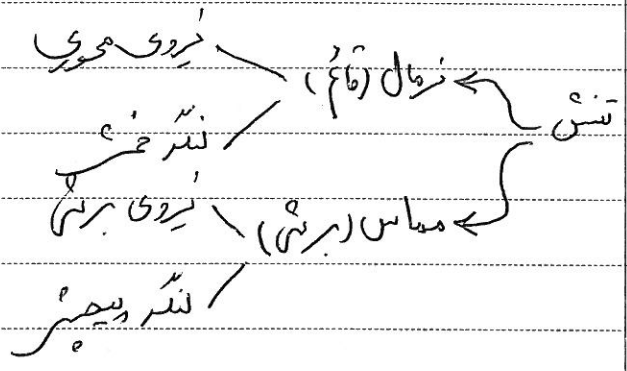
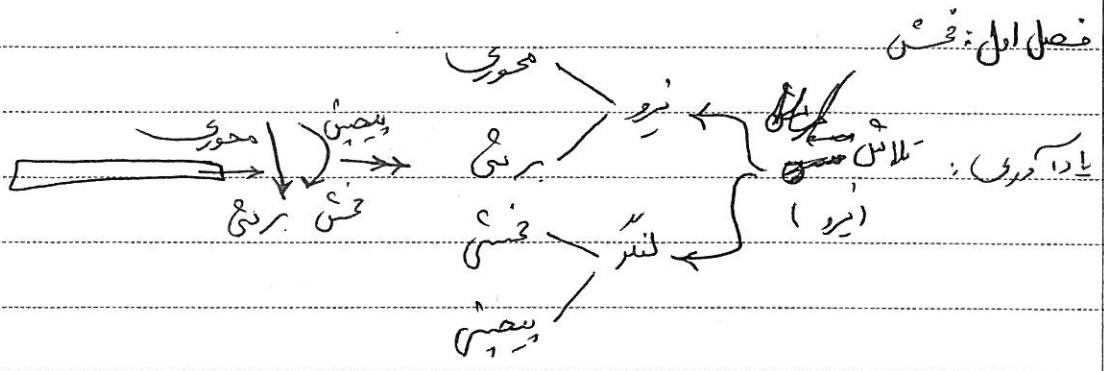
$$\sigma = -n_i \frac{M y}{I} \quad \text{توزیع تنش}$$

Fatima

Subject: Year: Month: Date:

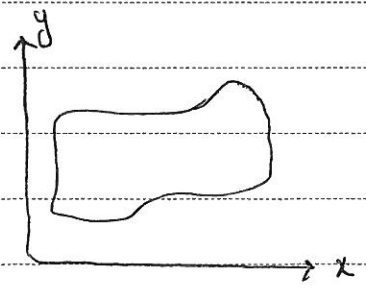
Fatima

«معارف مصاح ۲» «استاد امیر رسول»



$\sigma = \frac{N}{A}$ $\sigma = \frac{M}{I}$

$\tau = \frac{VQ}{It}$ $\tau = \begin{cases} \tau_{\text{بار}} = \frac{\tau R}{J} \\ \tau_{\text{مقطب}} = \frac{T}{C_1 a b^2} \\ \tau_{\text{توکل}} = \frac{T}{I A x t} \end{cases}$



$A = \int A dA$

$Q_x = \int_A y dA$

Fatima

$$\text{ثقل اول سطح حول } y = Q_y = \int_A x' dA$$

$$\text{ثقل دوم سطح (میان انی) حول } x: I_x = \int_A y'^2 dA$$

$$\text{ثقل دوم سطح (میان انی) حول } y: I_y = \int_A x'^2 dA$$

$$\text{ثقل دوم سطح (میان انی) حول محور } xy: I_{xy} = \int_A xy dA$$

$$\text{مرکز سطح حول محور } x: \bar{y} = \frac{\int_A y dA}{\int_A dA}$$

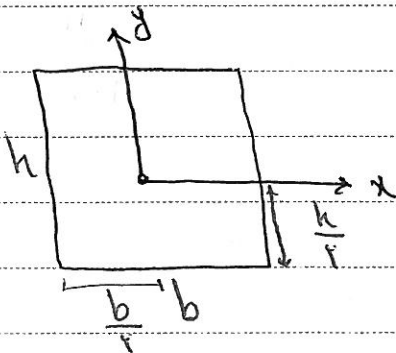
$$\text{مرکز سطح حول محور } y: \bar{x} = \frac{\int_A x dA}{\int_A dA}$$

$$\text{شعاع گیرایی حول محور } x: r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$\text{شعاع گیرایی حول محور } y: r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$\text{اناس مقطع حول محور } x: S_x = \frac{I_x}{c}$$

$$\text{اناس مقطع حول محور } y: S_y = \frac{I_y}{c}$$



$$A = bh$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

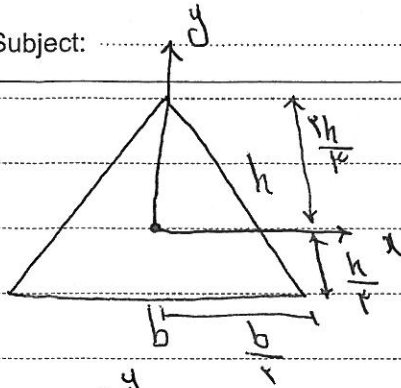
$$I_y = \frac{hb^3}{12}$$

Subject:

Year:

Month:

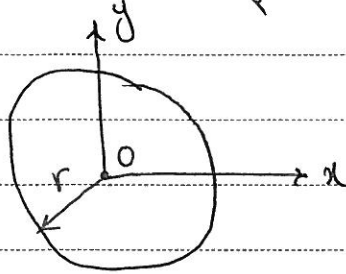
Date:



$$A = \frac{bh}{2}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36}$$

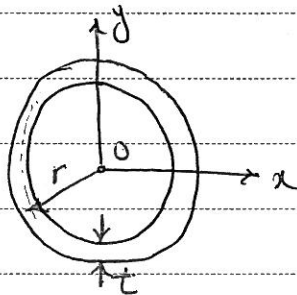
$$I_y = \frac{hb^3}{36}$$



$$A = \pi r^2$$

$$I_x = \frac{\pi r^4}{4}$$

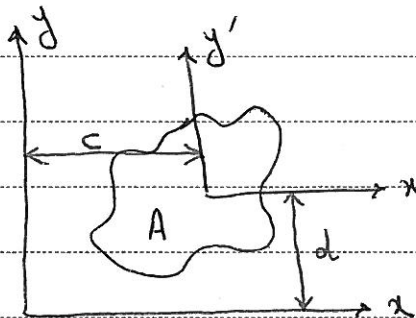
$$I_y = \frac{\pi r^4}{4}$$



$$A = 2\pi r t$$

$$I_x = \pi r^3 t$$

$$I_y = \pi r^3 t$$



$$\begin{cases} I_x = I_{x'} + Ad^2 \\ I_y = I_{y'} + Ac^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_{x'} = 0 \text{ مفر} \\ \varphi_{y'} = 0 \text{ صف} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_x = Ad \\ \varphi_y = Ac \end{cases}$$

لنقل

« لنقل من مركز ثقل هيئة إلى مركز ثقل »

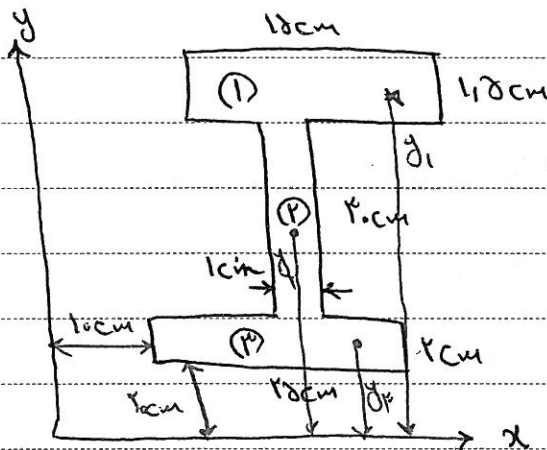
Fatima

مثال ۱) مطلوب است در شکل مقابل محاسبه:

الف - مرکز سطح؟
ب - تدریج سطح حول محورها Y و X ؟

ج - میان انریسی حول محورها Y و X ؟
د - شعاع گیراسیون؟

ه - ا-اس مقطع؟



$$y_1 = \frac{18}{2} + 30 + 1 + 20 = 82.178 \text{ cm}$$

$$y_2 = \frac{10}{2} + 1 + 20 = 27 \text{ cm}$$

$$y_3 = \frac{12}{2} + 20 = 26 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} \\ &= \frac{(18 \times 18) \times 82.178 + (10 \times 10) \times 27 + (28 \times 12) \times 26}{18 \times 18 + 10 \times 10 + 28 \times 12} = 32.178 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_x &= \sum A_i y_i^2 = A_1 y_1^2 + A_2 y_2^2 + A_3 y_3^2 \\ &= 18 \times 18 \times 82.178^2 + 10 \times 10 \times 27^2 + 28 \times 12 \times 26^2 = 3347.17 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\bar{x} = 10 + \frac{18}{2} = 22 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} Q_y &= \sum A_i x_i^2 = 18 \times 18 \times 22^2 + 10 \times 10 \times 22^2 + 28 \times 12 \times 22^2 \\ &= 2307.17 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Fatima

Subject :

Year :

Month :

Date :

$$ع.۱ \quad I_x = \sum I_c = I_1 + I_2 + I_3$$

$$= \left[\frac{10 \times 10^3}{12} + (10 \times 10) \times 20^2 \right] + \left[\frac{1 \times 1^3}{12} + (1 \times 1) \times 1^2 \right]$$

$$+ \left[\frac{20 \times 2^3}{12} + (20 \times 2) \times 1^2 \right]$$

$$I_y = \sum I_c = I_1 + I_2 + I_3$$

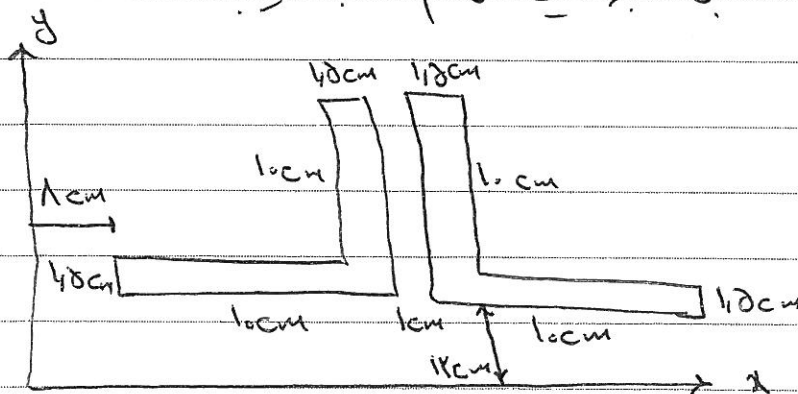
$$= \left[\frac{10 \times 10^3}{12} + (10 \times 10) \times 1^2 \right] + \left[\frac{1 \times 1^3}{12} + (1 \times 1) \times 20^2 \right]$$

$$+ \left[\frac{20 \times 2^3}{12} + (20 \times 2) \times 20^2 \right]$$

$$> \quad r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$\Delta - S_x = \frac{I_x}{c}, \quad S_y = \frac{I_y}{c}$$

مثال) موارد گفته برای مثال قبل را برای این مثال هم حساب کنید؟



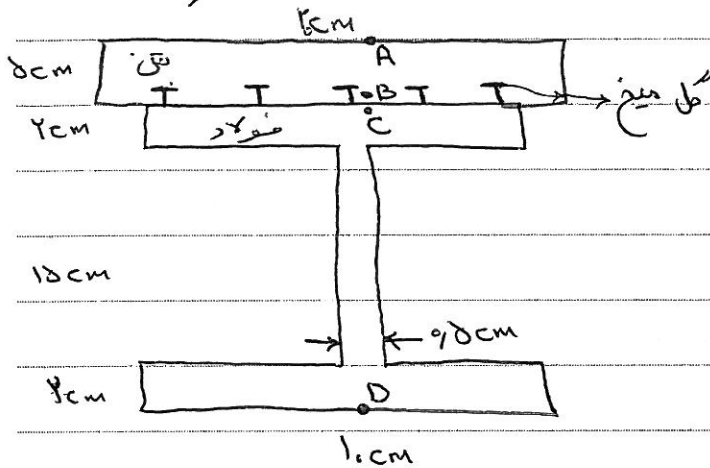
Subject :

Year : ۹۶ Month : ۱ Date : ۱۹

مثال) مقطع مرکب زیر تحت اثر نیروی خشی $M = ۲۵۰ \text{ kg}$ قرار دارد.

الف - محل تارشی را تعیین کنید. ب - تنش خشی را در نقاط A, B, C, D

ج - سهم از نیروی تارشی بین وجه سهمی و فولاد را تعیین می کند؟

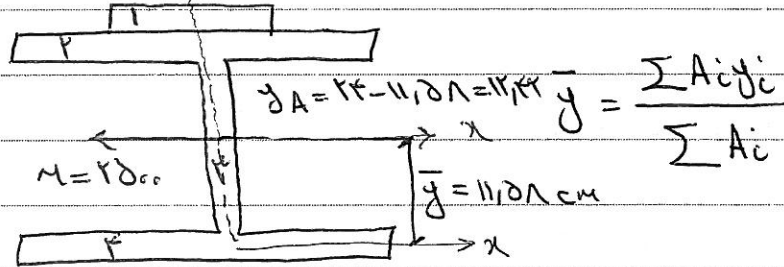


$$E_c = ۲ \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = ۲ \times 10^7 \text{ kg/cm}^2$$

شکل معادل

$$n = \frac{E_c}{E_s} = \frac{۲ \times 10^5}{۲ \times 10^7} = \frac{1}{10}$$



$$\bar{y} = \frac{(۲ \times ۵ \times ۱۱.۵۸) + (۱۰ \times ۲ \times ۱۸) + (۱۵ \times ۰.۵ \times ۹.۵) + (۲ \times ۱۰ \times ۱)}{(۲ \times ۵) + (۱۰ \times ۲) + (۱۵ \times ۰.۵) + (۲ \times ۱۰)} = ۱۱.۵۸ \text{ cm}$$

$$I = \left[\frac{۲ \times ۵^3}{۱۲} + (۲ \times ۵) \times (۱۱.۵۸ - ۱۱.۵۸)^2 \right] + \left[\frac{۱۰ \times ۲^3}{۱۲} + (۱۰ \times ۲) \times (۱۸ - ۱۱.۵۸)^2 \right]$$

$$+ \left[\frac{۰.۵ \times ۱۵^3}{۱۲} + (۰.۵ \times ۱۵) \times (۹.۵ - ۱۱.۵۸)^2 \right] + \left[\frac{۱۰ \times ۲^3}{۱۲} + (۲ \times ۱۰) \times (۱ - ۱۱.۵۸)^2 \right] = ۴۲۵۴ \text{ cm}^4$$

Subject :

Year :

Month :

Date :

$$E_c = E_s \rightarrow n_c = \frac{E_c}{E_s} = \frac{1}{10}$$

$$n_s = \frac{E_s}{E_c} = 10$$

$$\sigma_A = -n_c \frac{M_{DA}}{I} = -\frac{1}{10} \frac{2500 \times 10^4 \times 14.42}{4254} = -72.99 \text{ kg/cm}^2$$

تension

$$\sigma_B = -n_c \frac{M_{DB}}{I} = -\frac{1}{10} \frac{2500 \times 10^4 \times 17.42}{4254} = -84.70 \text{ kg/cm}^2$$

تension

$$\sigma_C = -n_s \frac{M_{DC}}{I} = -10 \frac{2500 \times 10^4 \times 17.42}{4254} = -84.70 \text{ kg/cm}^2$$

تension

$$\sigma_D = +n_s \frac{M_{DD}}{I} = +10 \frac{2500 \times 10^4 \times 11.81}{4254} = +77.79 \text{ kg/cm}^2$$

Compression

$$\frac{\text{میان انرسی محبت بین}}{\text{نسبت عمل شده در بین}} = \frac{M_c}{M} = \frac{I_c}{I}$$

$$\Rightarrow M_c = \frac{I_c}{I} M = \frac{1 \times 10^4}{4254} + (2 \times 5) \times (2115 - 11.81) \times 2500$$

$$= \frac{1000}{4254} \times 2500 = 59.0 \text{ kg.m}$$

$$M_s = \frac{I_s}{I} M = M - M_c = 2500 - 59.0 = 191.0 \text{ kg/m}$$

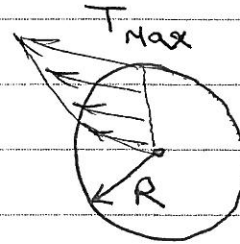
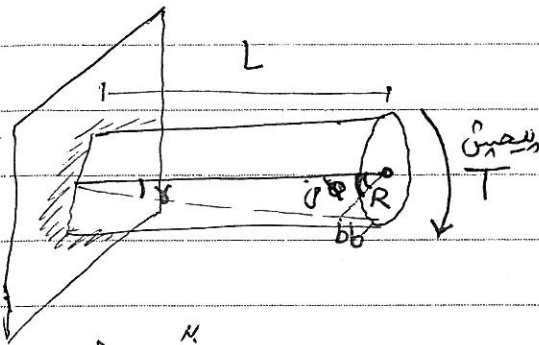
Subject :

Year :

Month :

Date :

فصل ۲ : تپش



تپش
طول عقده $\rightarrow TL$
 $\phi = \frac{TL}{GJ}$
زاویه
تپش
میان انزیمی قطب

تپش
 $\tau = \frac{Tr}{J}$

$\tau_{Max} = \frac{TR}{J}$

تپش
طول عقده
 $b_b' = R\phi = \phi L$

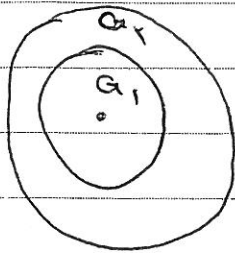
تپش
میان انزیمی
قطب
 $J = \frac{\pi R^4}{2}$

$J = \frac{\pi R_2^4}{2} - \frac{\pi R_1^4}{2}$

$J = 2\pi R^3 \tau$

Subject :

Year : 47 Month : 1 Date : 26



تنش پیچشی در مقاطع مرکب :

بابت پیچش

$$\tau = \frac{TR}{J}$$

مردود برشی

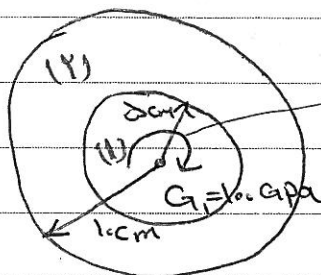
$$n\tau = \frac{G\tau}{G_0}$$

میان تنش

$$\tau = n_1\tau_1 + n_2\tau_2 + n_3\tau_3 + \dots$$

تنش برشی :
$$\tau = n\tau \frac{TR}{J}$$

مثال) در مقطع مقابل اختلاف تنش برشی را در هر مایه ماده (۱) و (۲) محاسبه کنید؟



$$T = 12 \text{ ton}_m = 12 \times 10^3 (\text{kg}) \times 10^4 (\text{cm})$$

$$= 12 \times 10^7 \text{ kg/cm}$$

$$G_2 = 150 \text{ GPa}$$

ماده (۱) :
$$n_1 = \frac{G_1}{G_0} = \frac{100}{100} = 1$$

ماده (۲) :
$$n_2 = \frac{150}{100} = 1.5$$

$$G_0 = 100 \text{ GPa}$$

ماده (۱) :
$$\tau_1 = n_1 \times \frac{\pi R^4}{J} = 1 \times \frac{\pi \times 5^4}{J}$$

$$= 981 \text{ cm}^4$$

ماده (۲) :
$$\tau_2 = n_2 \times \left(\frac{\pi R_2^4}{J} - \frac{\pi R_1^4}{J} \right)$$

$$= 1.5 \times \left(\frac{\pi \times 10^4}{J} - \frac{\pi \times 5^4}{J} \right)$$

$$= 220.78 \text{ cm}^4$$

Subject :

Year :

Month :

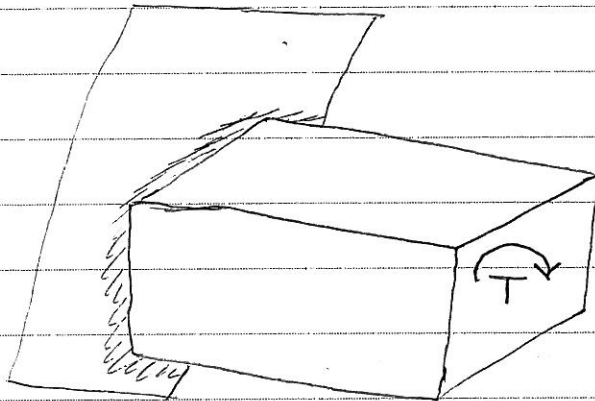
Date :

$$J = J_1 + J_2 = 24.59 \text{ cm}^4$$

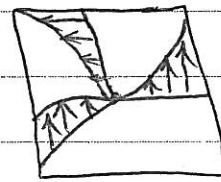
اختلاف تنش برشی در مواد : $\tau_B - \tau_A = n_2 \frac{TR}{J} - n_1 \frac{TR}{J}$

$$= 1.5 \times \frac{12 \times 10^5 \times 5}{24.59} - 1 \times \frac{12 \times 10^5 \times 5}{24.59}$$

$$= 130.2 \text{ kg/cm}^2$$



بررسی مقاطع مستطیلی :



توزع تنش برشی

تدریجی $\tau = \frac{T}{c_1 b h^2}$

ضلع برشی $\rightarrow$ ضلع کوچک $\rightarrow$ ضلع بزرگ

h/b	1	2	4	10	∞
c_1	0.208	0.246	0.299	0.312	$\frac{1}{4}$

مکان این $J_e = c_2 b h^3$

قطر $\rightarrow$ مقاطع مستطیلی

h/b	1	2	4	10	∞
c_2	0.141	0.214	0.299	0.313	$\frac{1}{4}$

موقع

طول عضو $\rightarrow$ $\phi = \frac{TL}{G J_e}$

محل برشی $\leftarrow$

Subject :

Year :

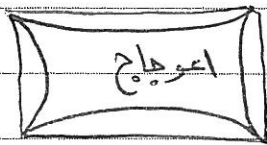
Month :

Date :

نکته ۱: در مقاطع متعین تنش ناشی از میخ در وسط و تویه های متعین

صفر خواهد بود (معملاً در ۵ نقطه)

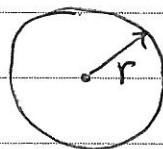
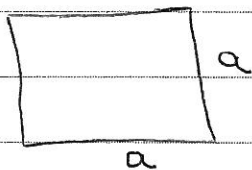
نکته ۲: تنش میخی باعث تغییر شکل های به صورت اعوجاج ایجاد می کند.



مثال ۱: در میل با مقطع عرضی دایره و مربع تحت اثر تنش میخی یک اثر از من می بیند. اگر سطح

مقطع هر دو میل یک باشد تنش برشی حد اکثر در مقطع مربع و دایره را بدست آورده

و مقدار آنها با یکدیگر مقایسه کنید؟



مساحت مربع: $A_1 = a \times a = a^2$

مساحت دایره: $A_2 = \pi r^2$

$$\Rightarrow A_1 = A_2 \rightarrow a^2 = \pi r^2 \rightarrow a = \sqrt{\pi r^2}$$

$$\tau_{\text{مربع}} = \frac{T}{c_1 b h^2} = \frac{T}{1.48 \times a \times a^2} = \frac{T}{1.48 \pi a^3}$$

$$\tau_{\text{دایره}} = \frac{TR}{J} = \frac{Tr}{\frac{\pi r^4}{2}} = \frac{2T}{\pi r^3}$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_{\text{دایره}}}{\tau_{\text{مربع}}} = \frac{\frac{2T}{\pi r^3}}{\frac{T}{1.48 \pi a^3}} = \frac{2T}{\pi r^3} \times \frac{1.48 \pi a^3}{T} = \frac{2.96 a^3}{r^3} = \frac{2.96 (\sqrt{\pi r^2})^3}{r^3} = \frac{2.96 \pi^{1.5} r^3}{r^3} = 2.96 \pi^{1.5} \approx 14.7$$

Subject :

Year : 97 Month : 4 Date : 4

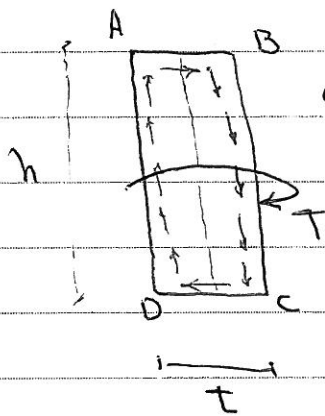
نکته: مقطع دایروی نسبت به مقاطع مستطیل کمتر پویایی بیشتری را عمل می کنند.

پویایی در مقاطع جدار نازک: مقاطعی هستند که ضخامت آنها در مقابل سایر ابعاد

مقطع می توان صرف نظر کرد این مقاطع به دو دسته جدار نازک و به تقسیم می شوند

که مقاومت پویایی مقاطع جدار نازک به در مقایسه با سایر مقاطع هم مسا بطور

قابل ملاحظاتی بسیار است.

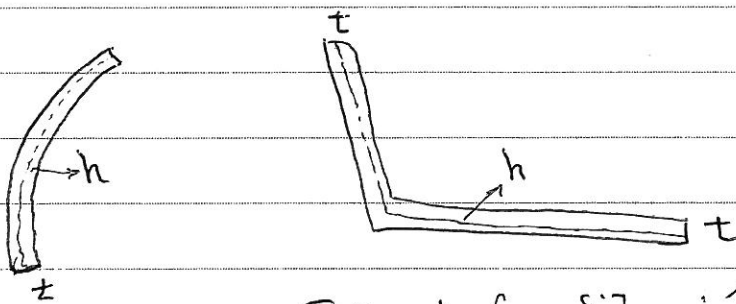


$$\tau_{max} = \frac{3T}{t^2 h}$$

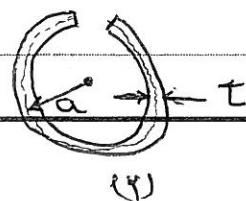
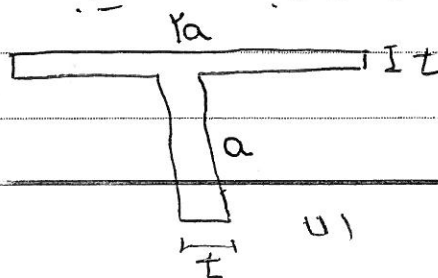
$$\tau_A = \tau_B = \tau_C = \tau_D = 0$$

$$J_c = \frac{t^3 h}{3} \quad \text{ممان اینرسی قطبی}$$

نکته: اگر طول مرکزی مقاطع جدار نازک برابر باشد مقدار τ_{max} و J_c برابر خواهد بود.



مثال: در مقاطع زیر مقادیر ممان اینرسی برشی را بدست آورید.



Subject :

Year :

Month :

Date :

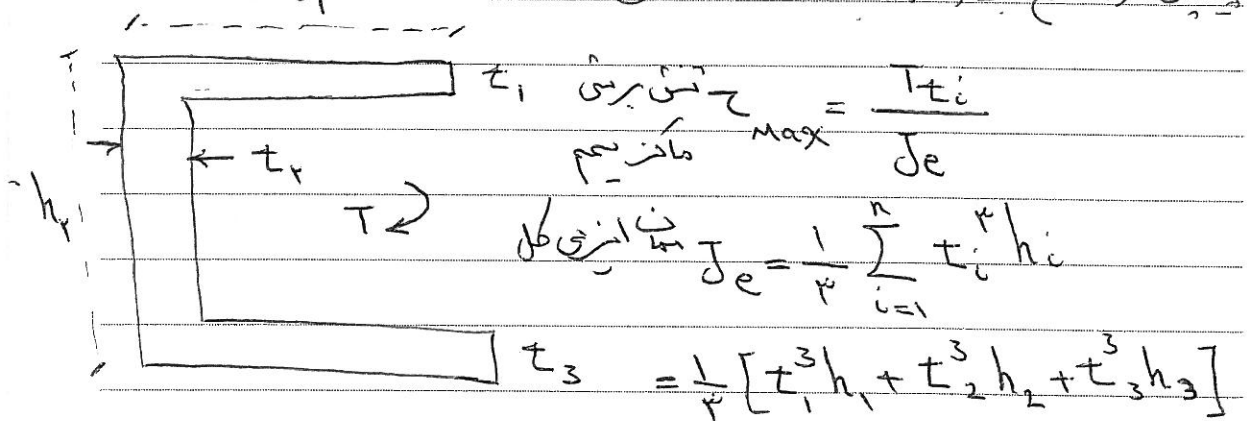
(1) : $h = 2a + a = 3a$

$$\tau = \frac{\tau_T}{t^2 h} = \frac{\tau_T}{t^2 (3a)} = \frac{\tau}{t^2 a}$$

(2) : $h = 2\pi r = 2\pi a$

$$\tau = \frac{\tau_T}{t^2 h} = \frac{\tau_T}{t^2 (2\pi a)} = \frac{\tau_T}{2\pi t^2 a}$$

پیشی در مقاطع جدار نازک با ضخامت های مختلف :



$\frac{T_i}{T} = \frac{J_i}{J} \rightarrow T_i = \frac{J_i}{J_e} T$

نکته ۱: مقطعی که ضخامت بیشتری دارد تنش برشی بیشتری تحمل می کند.

نکته ۲: تنش پیشی به نسبت همگامی قطعی بین اعضا توزیع می شود.

مثال) در شکل مقابل مقطعی آهن و جدار نازک تحت اثر تنش پیشی 400 kg/m^2 قرار دارد.

الف- تنش برشی ناشی از پیشی در نقطه m چند برابر نقطه n می باشد؟

Subject :

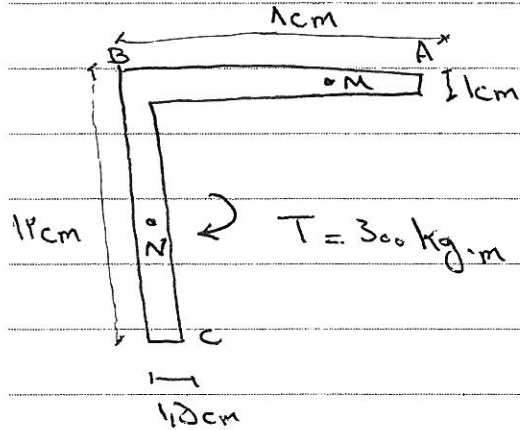
Year :

Month :

Date :

ب۔ چمکری از نصف پیمانی توپا قمت BC عمل میں شور؟

م۔ تن برشی در نقطه A چقدر است؟



$$\tau = \frac{T t_i}{J_e}$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_m}{\tau_n} = \frac{\frac{T t_m}{J_e}}{\frac{T t_n}{J_e}} = \frac{t_m}{t_n}$$

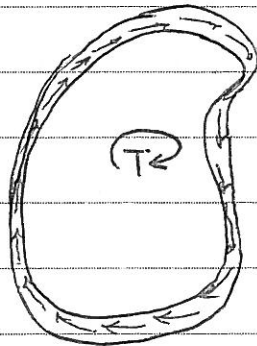
$$= \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1.2} = 0.83$$

$$\text{پ) } T_i = \frac{\delta_i}{J_e} \cdot T \Rightarrow T_{BC} = \frac{J_{BC}}{J_e} \times 300$$

$$= \frac{\frac{1}{12} (1.2)^3 \times 1.2}{\frac{1}{12} (1.2)^3 \times 1 + \frac{1}{12} (1.2)^3 \times 1.2} \times 300 = 225 \text{ kg.m}$$

$$\text{ج) } \tau_n = \frac{T t_n}{J_e} = \frac{300 \times 1.2}{\frac{1}{12} (1.2)^3 \times 1 + \frac{1}{12} (1.2)^3 \times 1.2} = 271.84 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

پیمانی در مقاطع عبور از نازک است :



$$q = \tau \times t$$

$$\tau = \frac{T}{2 A_m t}$$

Subject :

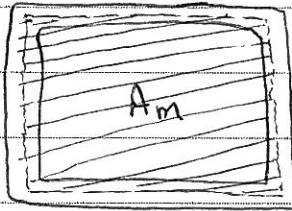
Year :

Month :

Date :

نکته ۱: جریان برشی در کل مقطع برابر است.

نکته ۲: هر جا ضخامت مقطع کمتر باشد تنشی برشی بیشتری را تحمل می کند.



$$J_e = \frac{A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$

میان انشعاب قطبی

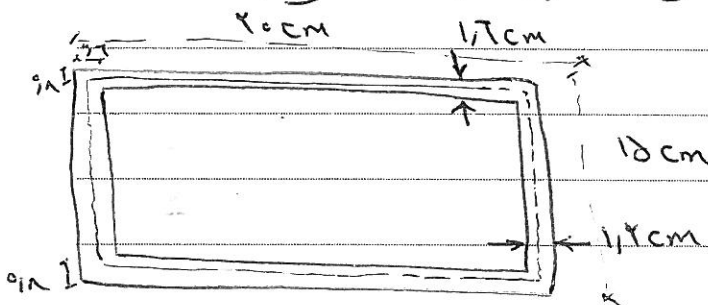
نشان می دهد

A_m : مساحت قسمت هائو

خورده از قسمتی که از شرط ضخامت

مقطع عبور می کند.

مثال) در مقاطع جدار نازک زیر میان انشعاب قطبی را بدست آورید؟



$$J_e = \frac{A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$
$$= \frac{4 \times 251,92^2}{50} = 50,77 \text{ cm}^4$$

$$A_m = (20 - 0,7 - 0,7) \times (15 - 0,8 - 0,8) = 251,92 \text{ cm}^2$$

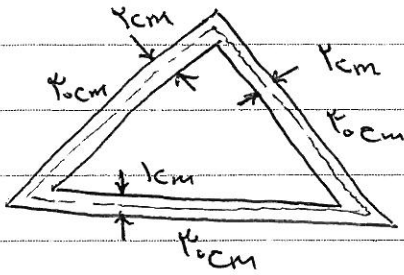
$$\oint \frac{ds}{t} = \frac{20}{1,5} + \frac{15}{1,5} + \frac{20}{1,5} + \frac{15}{1,5} = 50 \text{ cm}$$

Subject :

Year :

Month :

Date :



$$b = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \text{ m}$$

$$\tan \theta = \frac{h}{\frac{b}{2}} \Rightarrow h = \frac{b}{2} \tan \theta$$

$$= 1.17 \text{ cm}$$

$$b = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \text{ m}$$

$$A_m = \frac{1}{2} b \times h = \frac{1}{2} \times 2 \text{ m} \times 1.17$$

$$= 1.17 \text{ m}^2$$

$$\oint \frac{ds}{t} = \frac{y_o}{1} + \frac{y_o}{r} + \frac{y_o}{r} = 7.0$$

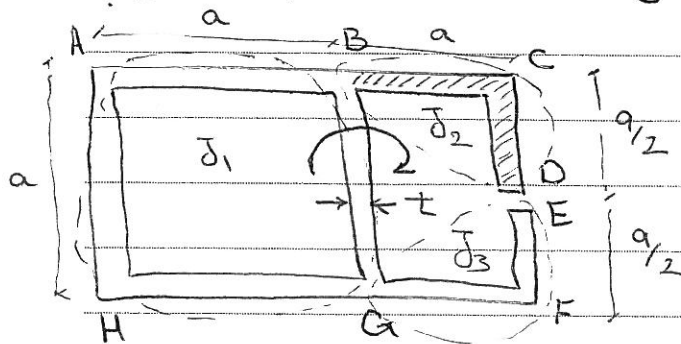
$$J_e = \frac{r A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{r \times 1.17^2}{7.0} = 0.19 \text{ m}^4$$

Subject :

Year : ۹۶ Month : ۴ Date : ۱۶

مسئله) مقطع جاننازک مقابل تحت اثر نیروی بیضی T قرار دارد. آن مقاومت جاننازک را بیابید.

رابطه $\frac{a}{t}$ برابر ۱۸ باشد. نیروی بیضی تحمل شده در سمت BCD را بیابید.



$$J = J_1 + J_2 + J_3$$

$$\frac{T_{BCD}}{T} = \frac{J_{BCD}}{J} = \frac{J_2}{J}$$

$$\Rightarrow T_{BCD} = \frac{J_2}{J} \cdot T$$

$$J_2 = \frac{1}{3} t^3 h = \frac{1}{3} t^3 \left(a + \frac{a}{2} \right) = \frac{t^3}{3} \frac{3a}{2} = \frac{t^3 a}{2}$$

$$J_3 = J_2 = \frac{t^3 a}{2}$$

$$J_1 = \frac{r A m^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{r (a \times a)^2}{\left(\frac{a}{t} + \frac{a}{t} + \frac{a}{t} + \frac{a}{t} \right)} = \frac{r a^4}{\frac{4a}{t}} = \frac{a^4}{a} = t a^3$$

$$J = J_1 + J_2 + J_3 = t a^3 + \frac{t^3 a}{2} + \frac{t^3 a}{2} = t a^3 + t^3 a$$

$$\Rightarrow \frac{a}{t} = 18 \Rightarrow a = 18t \Rightarrow J = t (18t)^3 + t^3 (18t)$$

$$T_{BCD} = \frac{\frac{t^3 a}{2}}{t a^3 + t^3 a} T = \frac{\frac{t^3 (18t)}{2}}{t (18t)^3 + t^3 (18t)} T = \frac{4t^4}{5184t^4 + 18t^4} T = \frac{1}{1296} T$$

Subject :

Year :

Month :

Date :

مصلح مسوم : محاسب تغير شكل تيرها

رؤى انحراف تيرى مستقيم :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$

معادله حاكم بر تغير شكل تير

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI} dx$$

خيز

$$y(x) = \int \theta(x) dx$$

$M(x)$: شدة قس در طول تير

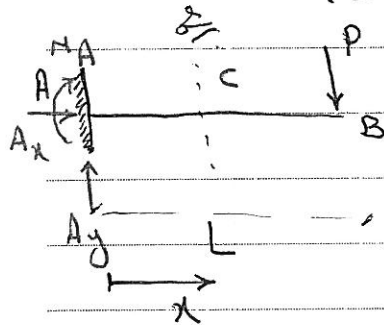
E : مدول يانگ

I : ممان انرسي

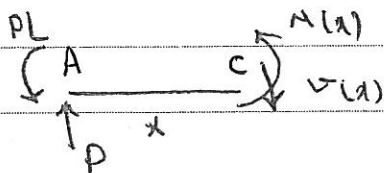
θ : تغير شكل تير

مثال) در تير مقابل معادله تغير شكل و معادله

ليک تير را با استفاده از روشى انحراف تيرى مستقيم بدست آوريد ؟



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = P \\ \sum M_A = 0 \Rightarrow M_A = PL \end{cases}$$



$$+\sum M_C = 0 \Rightarrow +PL - Px + M(x) = 0$$

$$\Rightarrow M(x) = P(x) - PL$$

معادله تغير شكل تير

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \Rightarrow \theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI} dx = \int \frac{Px - PL}{EI} dx$$

موفق
Mouda
Note book

$$= \frac{P}{EI} \left(\frac{x^2}{2} - Lx \right) + C_1$$

Subject :

Year :

Month :

Date :

$$\Rightarrow \theta(x) = \frac{P}{EI} \left[\frac{x^2}{2} - Lx + C \right] \Rightarrow y(x) = \int \theta(x) dx$$

$$= \int \frac{P}{EI} \left(\frac{x^2}{2} - Lx + C \right) dx$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{P}{EI} \int \left(\frac{x^2}{2} - Lx + C \right) dx = \frac{P}{EI} \left[\frac{x^3}{6} - L \frac{x^2}{2} + Cx + D \right]$$

شرایط مرزی
A نقطه

$$\begin{cases} \theta_A = 0 \Rightarrow \theta(0) = 0 \\ y_A = 0 \Rightarrow y(0) = 0 \end{cases}$$

$$\theta(0) = 0 \Rightarrow \frac{P}{EI} \left[\frac{0^2}{2} - L \cdot 0 + C \right] = 0 \Rightarrow \frac{P}{EI} = 0 \Rightarrow \boxed{C = 0}$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow y(0) = \frac{P}{EI} \left[\frac{0^3}{6} - L \frac{0^2}{2} + C \cdot 0 + D \right]$$

$$\Rightarrow \frac{PD}{EI} = 0 \Rightarrow \boxed{D = 0}$$

$$\theta(x) = \frac{P}{EI} \left[\frac{x^2}{2} - Lx \right] \quad \text{معادله تغییرات}$$

$$y(x) = \frac{P}{EI} \left[\frac{x^3}{6} - \frac{Lx^2}{2} \right] \quad \text{معادله تغییرات}$$

مثال: $x = L \Rightarrow y = ?$

$$y(L) = \frac{P}{EI} \left[\frac{L^3}{6} - \frac{L \cdot L^2}{2} \right]$$

$$= \frac{P}{EI} \left[\frac{L^3}{6} - \frac{L^3}{2} \right] = \frac{P}{EI} \left(\frac{L^3 - 3L^3}{6} \right) \Rightarrow y(L) = \frac{P}{EI} \left(-\frac{2L^3}{6} \right)$$

Movafagh
Notebook

$$= -\frac{PL^3}{3EI} \Rightarrow \boxed{\Delta = -\frac{PL^3}{3EI}}$$

Subject :

Year :

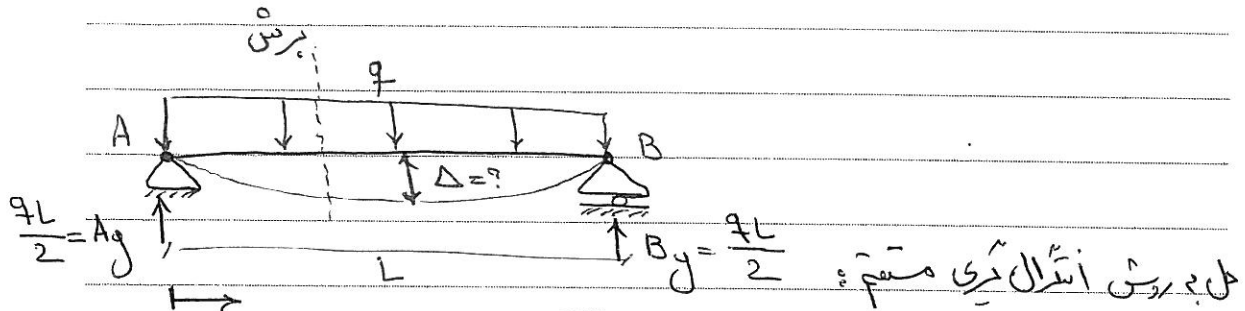
Month :

Date :

Subject :

Year : ۹۶ Month : ۲ Date : ۲۳

مثال) در تیر مقابل معادله تغییر شکل، سبب تغییر شکل را در طول تیر بدست آورید.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y = qL$$

$$\Rightarrow A_y + \frac{qL}{2} = qL \Rightarrow A_y = \frac{qL}{2}$$

$$+\downarrow \sum M_A = 0 \Rightarrow -qL \times \frac{L}{2} + B_y \times L = 0$$

$$\Rightarrow B_y = \frac{qL}{2}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+\downarrow \sum M_c = 0 \Rightarrow -\frac{qL}{2} x$$

$$+ \frac{(qx)(\frac{x}{2})}{2} + M(x) = 0$$

$$\Rightarrow M(x) = -\frac{qx^2}{2} + \frac{qL}{2} x$$

معادله تغییرات نیروی تنش

$$\theta(x) = \int \frac{M(x)}{EI} dx \Rightarrow \theta(x) = \frac{1}{EI} \int \left(-\frac{qx^2}{2} + \frac{qL}{2} x \right) dx$$

$$= \frac{1}{EI} \left[-\frac{qx^3}{2 \times 3} + \frac{qL}{2 \times 2} x^2 \right] + C = -\frac{qx^3}{6EI} + \frac{qLx^2}{4EI} + C$$

Subject :

Year :

Month :

Date :

$$y(x) = \int \theta(x) dx = \int \left[-\frac{qx^3}{6EI} + \frac{qLx^2}{4EI} + C \right] dx$$

$$= -\frac{qx^4}{4 \times 6EI} + \frac{qLx^3}{3 \times 4EI} + Cx + D$$

شروط مرزی : نقطه A $\rightarrow y_A = 0$
 $\rightarrow \theta_A \neq 0$

$$x=0 \rightarrow y=0 \Rightarrow y(0) = -\frac{qx_0^4}{4 \times 6EI} + \frac{qLx_0^3}{3 \times 4EI} + Cx_0 + D$$

= 0

$$\Rightarrow \boxed{D=0}$$

شروط مرزی : نقطه B $\rightarrow \theta_B = 0$
 $\rightarrow \theta_B \neq 0$

$$y(L) = -\frac{qL^4}{4 \times 6EI} + \frac{qL^3}{3 \times 4EI} + CL = 0 \Rightarrow \frac{qL^3 + 2qL^3}{4 \times 6EI} + CL = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3qL^3}{4 \times 6EI} + CL = 0 \Rightarrow \boxed{C = -\frac{qL^3}{4 \times 6EI}}$$

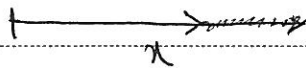
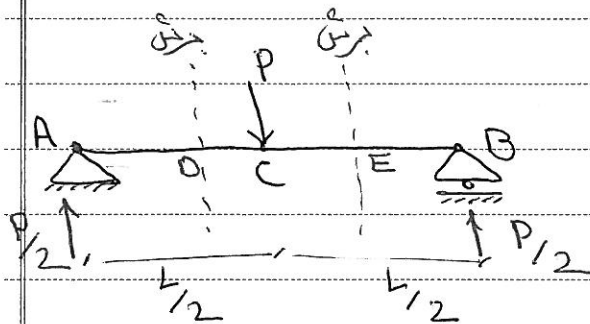
$$\theta(x) = -\frac{qx^3}{6EI} + \frac{qLx^2}{4EI} - \frac{qL^3}{4 \times 6EI}$$

$$y(x) = -\frac{qx^4}{4 \times 6EI} + \frac{qLx^3}{3 \times 4EI} - \frac{qL^3}{4 \times 6EI} x$$

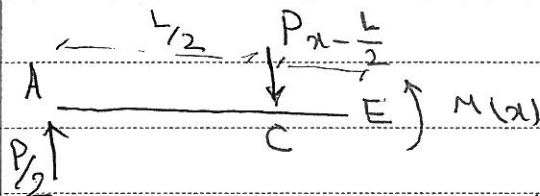
$$x = \frac{L}{2} \Rightarrow y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{q\left(\frac{L}{2}\right)^4}{12EI} + \frac{qL\left(\frac{L}{2}\right)^3}{12EI} - \frac{qL^4}{12EI}$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{qL^4}{12 \times 12EI} + \frac{qL^4}{12 \times 12EI} - \frac{qL^4}{12EI} = \frac{(-1+1-1)qL^4}{12 \times 12EI}$$

$$= -\frac{qL^4}{24EI}$$



$\sum M_D = 0 \Rightarrow -\frac{P}{2}x + M(x) = 0$
 $\Rightarrow M(x) = \frac{P}{2}x$
 A-C



$\sum M_E = 0 \Rightarrow -\frac{P}{2}x + P\left(x - \frac{L}{2}\right) + M(x) = 0$

$$+ M(x) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{P}{2}x + Px - \frac{PL}{2} + M(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Px}{2} - \frac{PL}{2} + M(x) = 0 \Rightarrow M(x) = -\frac{Px}{2} + \frac{PL}{2}$$

Fatima

مقادير $M(x)$:
$$M(x) = \begin{cases} \frac{P}{2}x & , 0 < x < \frac{L}{2} \\ -\frac{P}{2}x + \frac{PL}{2} & , \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$$

مقادير $\theta(x)$:
$$\theta(x) = \int M(x) dx = \begin{cases} \frac{P}{2EI} x^2 & , 0 < x < \frac{L}{2} \\ \int \left[-\frac{P}{2EI} x + \frac{PL}{2EI} \right] dx & , \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta(x) = \begin{cases} \frac{Px^2}{2EI} + C & , 0 < x < \frac{L}{2} \\ -\frac{Px^2}{2EI} + \frac{PL}{2EI}x + D & , \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$$

شروط مرزى: $x = \frac{L}{2} \rightarrow \theta = 0$

$$\Rightarrow \theta\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{P\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2EI} + C = 0 \Rightarrow \frac{PL^2}{8EI} + C = 0$$

$$\Rightarrow C = -\frac{PL^2}{8EI}$$

$$\theta\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{P\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2EI} + \frac{PL}{2EI} \cdot \frac{L}{2} + D = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{PL^2}{8EI} + \frac{PL^2}{4EI} + D = 0 \Rightarrow \frac{(-1+2)PL^2}{8EI} + D = 0$$

Fatima

$$y(x) = \int \theta(x) dx \left\{ \begin{aligned} & \int \left[\frac{Px^2}{6EI} - \frac{PL^2}{12EI} \right] dx = \frac{Px^3}{6EI} - \frac{PL^2}{12EI} x + E \\ & \int \left[-\frac{Px^2}{6EI} + \frac{PL}{2EI} x - \frac{PL^2}{12EI} \right] dx \\ & = -\frac{Px^3}{6EI} + \frac{PLx^2}{2EI} - \frac{PL^2}{12EI} x + F \end{aligned} \right.$$

شروط مرزی: A نقطه: $x=0 \rightarrow y=0$

$$\Rightarrow y(0) = \frac{Px_0^3}{6EI} - \frac{PL^2}{12EI} x_0 + E = 0 \Rightarrow \boxed{E=0}$$

B نقطه: $x=L \rightarrow y=0$

$$\Rightarrow y(L) = -\frac{PL^3}{6EI} + \frac{PL^2}{2EI} - \frac{PL^2}{12EI} + F = 0$$

$$\Rightarrow \frac{[-F + 1P - \frac{1}{2}x^2] PL^3}{6EI} + F = 0 \Rightarrow \frac{-PL^3}{6EI} + F = 0$$

مطلوبه:

$$y(x) = \begin{cases} \frac{Px^3}{6EI} - \frac{PL^2}{12EI} x \\ -\frac{Px^3}{6EI} + \frac{PLx^2}{2EI} - \frac{PL^2}{12EI} x + \frac{PL^3}{6EI} \end{cases}$$

Fatima

المعادلة:

$$\theta(x) = \begin{cases} \frac{Px^2}{6EI} - \frac{PL^2}{12EI} & , 0 < x \leq \frac{L}{2} \\ -\frac{Px^2}{6EI} + \frac{PL}{2EI}x - \frac{PL^2}{12EI} & , \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$$

Fatima