

«بسمہ تعالیٰ»

سرفصل ۱: (سرفصل ۱) مصوب شورا برنامہ ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

- ۱۔ مروری براساتیک: سیم ۱۵۰ اتحاد - تعادل - تکیہ گاہ - حادلات - سطح - تحلیل
- ۲۔ نیروی موری: تنس - کرنس - قانون حوک - مقاومت زائس - ضریب اطمینان
- ۳۔ نیروی برشی و لنگر خمشی: انواع تیر - انواع بارگذاری - دیاگرام ۱۵ نیروی برشی و لنگر خمشی
- ۴۔ تنس برشی: نیروی برشی - تنس برشی - ضریب ارجاعی در برشی
- ۵۔ تنس خمشی: انواع خمس - محور خمشی - تنس ۱۵ نرمال
- ۶۔ تغییر شکل تیر: روش ۱۵ محاسبه تغییر شکل تیر - انواع شرایط انتزائی
- ۷۔ ستون ۱: تعریف ستون - گمانش ستون ۱ - بار بحرانی - ضریب لاغری - ستون بلند و لاغر

منابع:

- ۱۔ مقاومت مصالح، فردیناند پی بیر، ای راسل جانسون - ترجمه: بهرام پوستی
- ۲۔ مقاومت مصالح، پروت - ترجمه: شاپور طاهونی
- ۳۔ مقاومت مصالح، تیموشینکو

- ۱۔ تمرینات کلاس ۱۵٪
- ۲۔ امتحان میان نیم ۲۵٪
- ۳۔ امتحان پایانی ۶۰٪

ارزندیابی:

✓ حضور مرتب و فعال در کلاس: ۱۰ نمره اضافی

فصل اول: مروری بر استاتیک

مقدمه:

موضوع درس استاتیک و دینامیک در ارتباط با تعادل اجسام صلب بود یعنی در تحلیل اجسام فرض بر این بود که اجسام غیر قابل تغییر شکل هستند. ولی از طرفی در بسیاری از سازه های مهندسی تغییر شکل اجسام با فرض صلب محقق نمی شود و بایستی تغییر شکل های سازه را نیز در نظر بگیریم. بنابراین در مقاومت مصالح به بررسی تغییر شکل ها خواهم پرداخت. موضوع درس مقاومت مصالح تغییر تنش ها (توزیع نیرو های داخل اعضاء) و کرنش ها (تغییر شکل های نسبی) در االان های مختلف می باشد.

سیستم های آحاد:

در مکانیک از چهار کمیت پایه استفاده می کنیم این کمیت ها را بعد می نامند و عبارت از طول، جرم، نیرو و زمان هستند. واحد های اندازه گیری این کمیت ها می توانند بطور مستقل انتخاب شوند زیرا باید با قانون دوم نیوتن سازگار باشند.

سیستم آحاد U.S. (امریکایی یا انگلیسی)		سیستم آحاد SI (بین المللی)		نماد	واحد
نماد	واحد	نماد	واحد		
slag	اسلاگ	kg	کیلوگرم	M	جرم
ft	فوت	m	متر	L	طول
sec	ثانیه	s	ثانیه	T	زمان
lb	پوند	N	نیوتن	F	نیرو

$$\text{قانون دوم نیوتن: } F = ma \Rightarrow \begin{cases} \text{SI: } N = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \\ \text{U.S.: } \text{Lb} = \text{slug} \cdot \text{ft/sec}^2 \end{cases}$$

بنابراین نیوتن، نیروی است که برابر واحد شتاب 1 m/s^2 به جرم 1 kg لازم است.

بنابراین پاند، نیروی است که برابر واحد شتاب 1 ft/sec^2 به جرم 1 slug لازم است.

دستگاه واحد های آمریکایی (انگلیسی) به نام دستگاه فوت - پاند - ثانیه (FPS) نیز معروف است

گاهی پاند را به عنوان جرم نیز بکار می ببرند برای تشخیص واحد نیرو از واحد جرم، واحد نیرو را با

Lbm و واحد جرم را با lbm نشان می دهند.

دستگاه واحد های بین المللی SI را دستگاه حلقی می نامند.

تبدیل واحد:

$$g = 9.80665 \text{ m/s}^2 \approx 9.806, \quad g = 32.174 \text{ ft/sec}^2 \approx 32.2$$

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in} = 0.3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ mile} = 5280 \text{ ft} = 1609.3 \text{ m}$$

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ slug} = 14.594 \text{ kg}$$

$$1 \text{ Lbm} = 32.2 \text{ slug}$$

$$1 \text{ Lbf} = 4.448 \text{ N}$$

تبادل:

وقتی یک جسم در حال تبادل است، برآیندهای نیروهای وارد بر آن صفر است. بدین ترتیب هم نیرو برآیند R و هم گزین برآیند M صفر است.

$$R = \sum F = 0, \quad M = \sum M = 0$$

رواها بالا برای تبادل جسم هم شرط لازم و هم شرط کافی است.

مایل دو بعدی: $\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_o = 0$

مایل سه بعدی: $\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0, \quad \sum M_x = 0, \quad \sum M_y = 0, \quad \sum M_z = 0$

هر جسم دو بعدی دارای سه درجه آزادی (دو درجه آزادی خطی، یک درجه آزادی دورانی) است.
هر جسم سه بعدی دارای شش درجه آزادی (سه درجه آزادی خطی، سه درجه آزادی دورانی) است.
- تکیه گاه:

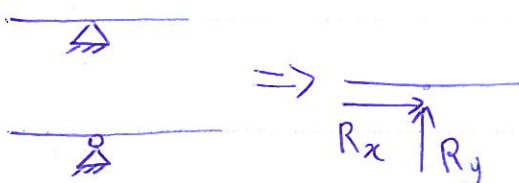
تکیه گاه عبارت از اجزای سازه ای هستند که سازه خود نظر را به زمین و یا یک سازه دیگر منتقل می کنند و نیروهای وارد بر سازه را به زمین منتقل می کنند. هر تکیه گاه، قیدهای را در جهت حرکت سازه ایجاد می کند تا سازه قادر به حرکت در اثر نیروها نباشد.
۱- تکیه گاه مفصلی یا الوالی:

این تکیه گاه از حرکت انتقالی (خطی) سازه در تمام جهات مانع می کند.

بنابراین چنین تکیه گاه در سیستم دو بعدی دارای دو واکنشی

تکیه گاه (R_x, R_y) و در یک سیستم سه بعدی دارای سه

واکنشی تکیه گاه (R_x, R_y, R_z) خواهد بود.



۲- تکیه گاه غلتکن یا ساده:

تکیه گاه غلتکن به تکیه گاه مفصل است منتها قید این آن نیست به تکیه گاه مفصل کمتر است.

بنابر این چنین تکیه گاه در سیستم دو بعدی

دارای یک واکنش تکیه گاه در سیستم

بعدی دارای یک یا دو واکنش تکیه گاه

خواهد بود.

۳- تکیه گاه گیردار

چنین تکیه گاه از حرکت انتقالی (ضلعی) سازه و همچنین حرکت دورانی (مرفقی) سازه در تمام جهات مانع

می کند. یعنی سازه در تکیه گاه قادر به هیچ تغییر مکانی نیست.

بنابر این در سازه دو بعدی سه واکنش تکیه گاه

و در سازه سه بعدی شش واکنش تکیه گاه خواهد داشت.

۴- تکیه گاه رابط یا میلدار:

چنین تکیه گاه فقط در جهت میل واکنش ایجاد می کند.

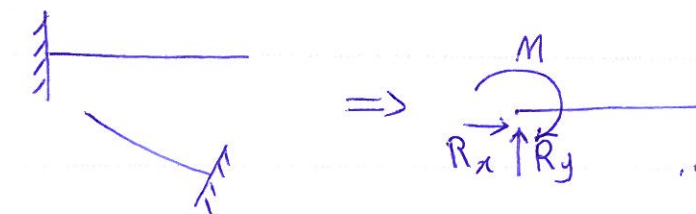
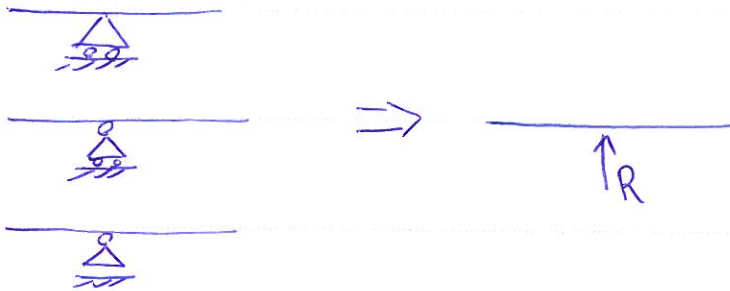
۵- تکیه گاه گیردار انتقال آزاد:

تکیه گاه گیردار است منتها فقط در جهت

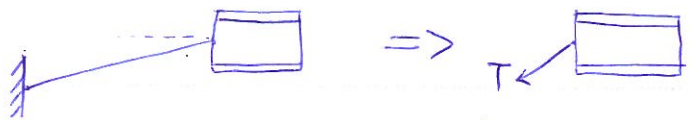
افقی دارای درجه آزادی می باشد.

۶- تکیه گاه گیردار برشی آزاد:

فقط در جهت قائم دارای درجه آزادی می باشد.



۷- تکیه‌گاه کابل:



چنین تکیه‌گاهی فقط قادر است از حرکت

انتقالی سازه در جهت کابل جلوگیری کند. ضمناً کابل فقط قادر به تحمل کشش است و فشار نیست.

۸- تکیه‌گاه ارتجاعی یا فنری:



تکیه‌گاه های فنری به دو دسته تقسیم می‌شوند: ۱- انتقالی ۲- بیهوش
تکیه‌گاه های فنری بسته به سختی فنر و میزان تغییر شکل

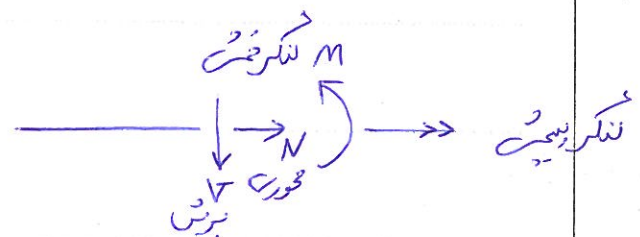
قادر به مقاومت در برابر بارهای وارده می‌باشند.

معادلات شرط:

گاهی اوقات برای اینکه سازه رفتار خاصی داشته باشد، بعضی از امان های آنرا طوری طراحی می‌کنند که قادر به انتقال بعضی از نیروهای داخلی نباشد. در اینصورت علاوه بر معادلات تعادل یک سری معادلات دیگر در نقاط انفصال وجود خواهد داشت که ما را در پیدا کردن مجهولات یار می‌کنند.

انواع ناپیوستگی:

نوع ناپیوستگی	شکل	معادله شرط
مفصل داخلی		$\sum M_A = 0$
برش آزاد		$V_A = 0$
بیهوش آزاد		$T_A = 0$
محور آزاد		$N_A = 0$
محور و ضعیف آزاد		$N_A = 0$ $M_A = 0$



تحلیل سازه های اینزو استاتیک (یعنی استاتیکی) :

۱- فریاد Truss
۲- تیر Beam
۳- قاب Frame

۱- فریاد: فریاد سازه های رشته ای قطعی دو بعدی یا سه بعدی می باشند که از اعضا قطعی (نازک) بهم پیوسته تشکیل شده اند. فریاد معمولاً در دهانه های بزرگ سقف ها، پل ها و ... استفاده می شوند. بار وارده به فریاد توسط نیروهای محوری (کشش و فشار) تحمل می شود. فریاد دارای اتصالات مفصلی می باشند و بارگذار آنرا در تکیه (joint) صورت می گیرد.

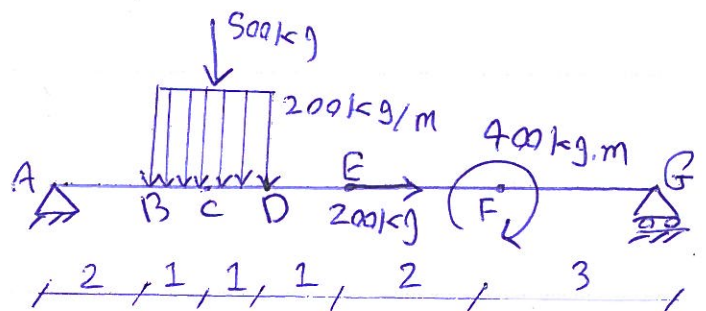
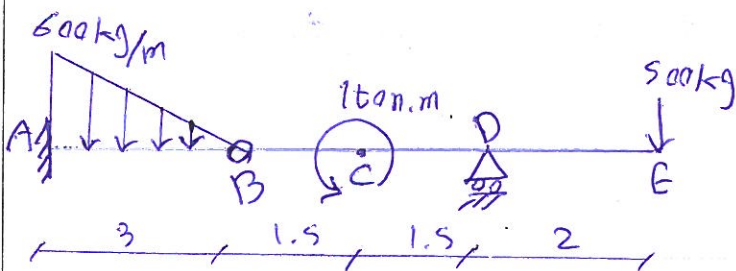
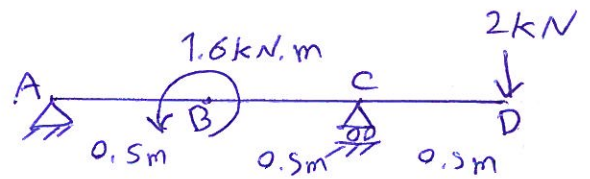
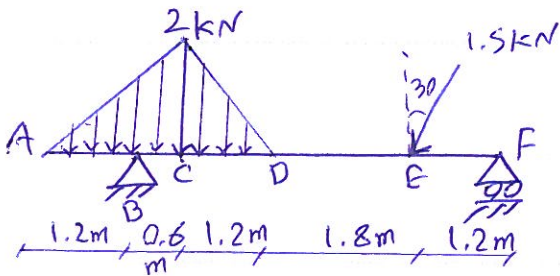
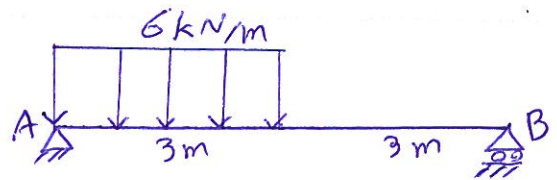
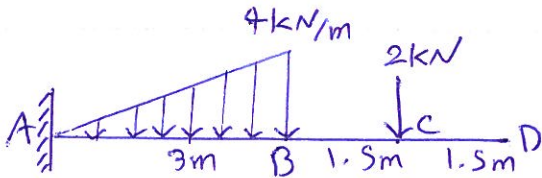
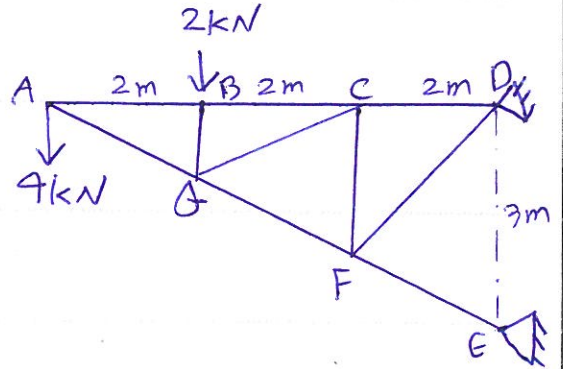
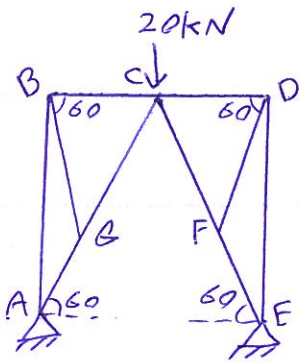
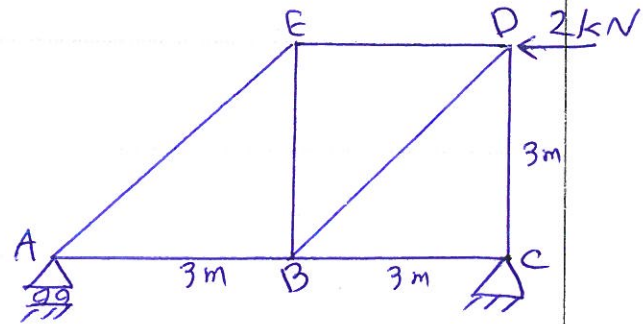
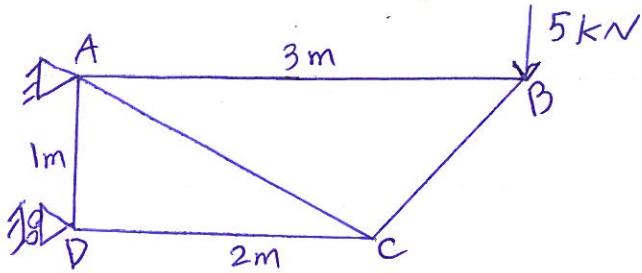
روش های تحلیل فریاد :

- ۱- روش مفصلی
- ۲- روش مقاطع
- ۳- روش جدا سازی
- ۴- روش کار مجازی
- ۵- روش نیروی مجازی
- ۶- روش جابه جایی اعضا

۲- تیر: تیر سازه های قطعی می باشند که بارهای وارده بر آنرا توسط ضعی عضو به تکیه گاه ها منتقل می کنند. البته در تیر نیروهای برش و نیروهای محوری نیز وجود خواهد داشت ولی تحمل بارها در تیر عمدتاً توسط ضعی است. تیر اعضا بسیار کم عرض می باشند بنابراین در سازه های صید صلبه مورد استفاده قرار می گیرند. تیر عمدتاً به شکل ضعی ماکزیم حاصل می شوند.

۳- قاب: قاب سازه های قطعی دو بعدی یا سه بعدی می باشند که به منظور ساخت ساختمان های صید صلبه کاربرد فراوانی دارند. اعضا قاب باربر قاب از تیر و ستون های متصل به هم تشکیل می شود که بارهای قائم و افقی وارده را از طریق تحمل فشار، ضعی و برش در مقاطع مختلف منتقل می کنند.

تمهیدات نمری اول: باره های زیر را تحلیل کرده و نیروهای داخلی را بدست آورید؟



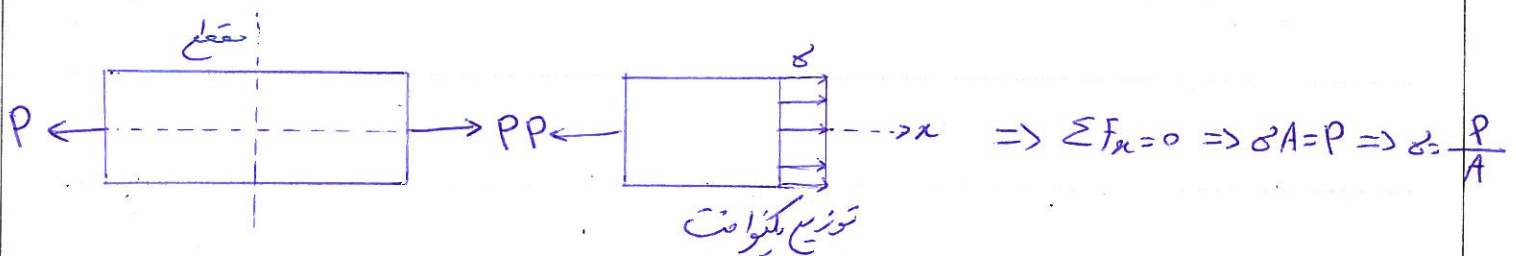
فصل دوم: نیروهای محوری

تنش (Stress):

نیرو در سطح واحد، یا شدت نیروی توزیع شده در یک مقطع صحن را تنش در آن مقطع می‌گویند و با حرف یونانی σ (سیگما) نشان می‌دهند. تنش در یک عضو با استقامت مقطع عرضی A که تحت بار محوری P است از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

از علامت مثبت برای تنش کششی و از علامت منفی برای تنش فشاری استفاده می‌شود.

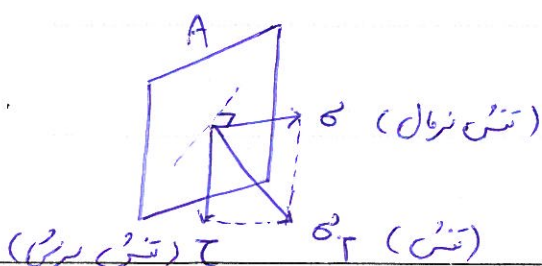


با P بر حسب نیوتن (N) و A بر حسب متر مربع (m^2)، تنش (σ) بر حسب N/m^2 است. این واحد را پاسکال می‌گویند. واحد تنش (دیاسین) برابر با واحد فشار است. تنش یک کمیت

بهرار است و له فشار یک کمیت اسکالری است. برای شناخت تنش در هر نقطه باید مقدار

جهت و صفحه‌ای که تنش در آن اثر می‌کند را بداییم. تنش بر خلاف فشار معمولاً بر روی سطح

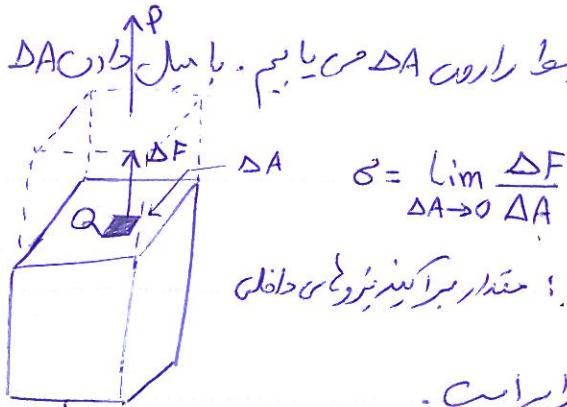
داخل اثر کرده و می‌تواند بر سطح عمود نباشد. در هر نقطه به مولفه عمود بر سطح، تنش نرمال و به مولفه مماس بر سطح، تنش برشی یا لاس گفته می‌شود.



SI سیستم : $1 \frac{N}{m^2} \equiv 1 \text{ Pa}$, $1 \frac{N}{mm^2} \equiv 10^6 \frac{N}{m^2} \equiv 1 \text{ MPa}$, $1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$
 U.S. سیستم : $1 \text{ psi} \equiv \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$ (پوند بر اینچ مربع) , $1 \text{ ksi} = 10^3 \text{ psi}$

تنش نرمال (قائم) : Normal Stress

انگشت را با سی پیروسی محور داشته باشیم به شدت نیروی توزیع شده در صفحه عمود بر مقطع تنش نرمال گفته می شود. برای تقریب تنش در نقطه Q از مقطع عرضی، باید سانت کوک ΔA را در نظر بگیریم. از تقسیم مقدار ΔF بر ΔA ، مقدار تنش متوسط را در ΔA می یابیم. با میل دادن ΔA به سمت صفر، تنش در نقطه Q بدست می آید:

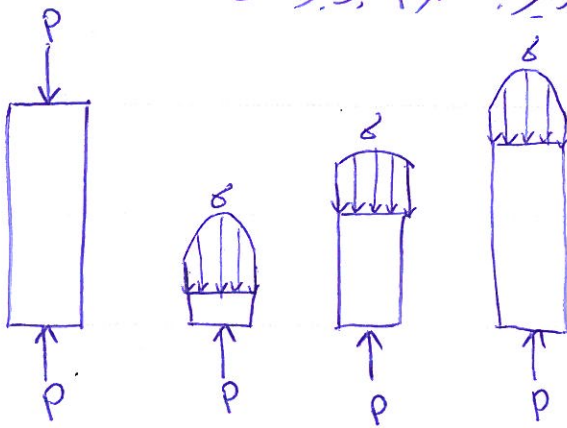


$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

مقدار برابر نیروی داخلی : $P = \int dF = \int_A \sigma dA$

لذا حجم زیر هر یک از سطح تنش در احوال زیر با مقدار P برابر است.

توزیع واقعی تنش در یک مقطع عرضی از شکل نامعین است.



در عمل فرض می کنیم که توزیع تنش در قائم در عینون که به محور محور بارگذاری شده است یکنواخت می باشد.

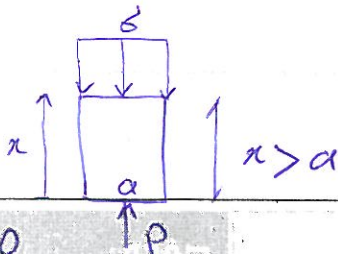
به جز در مجاورت نقاط اثر بار که یکنواخت نیست. در این حالت، مقدار تنش با σ_{ave} برابر است.

مطابق اصل سن و نای رابطه هنگامی که حداقل به اندازه بعد

$$\sigma_{ave} = \frac{P}{A}$$

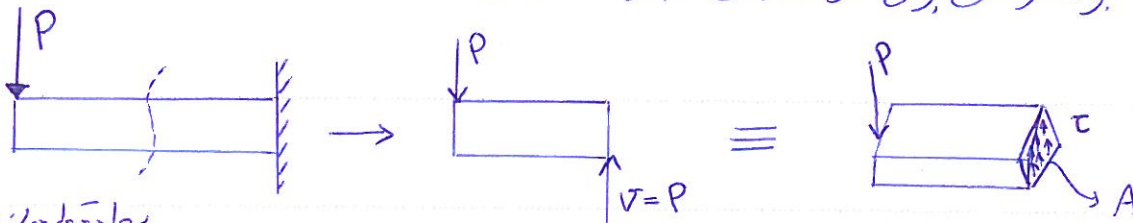
تنش میانگین

مقطع از نیروی P دور حجم دارای اعتبار است.



تنش برشی (Shear Stress):

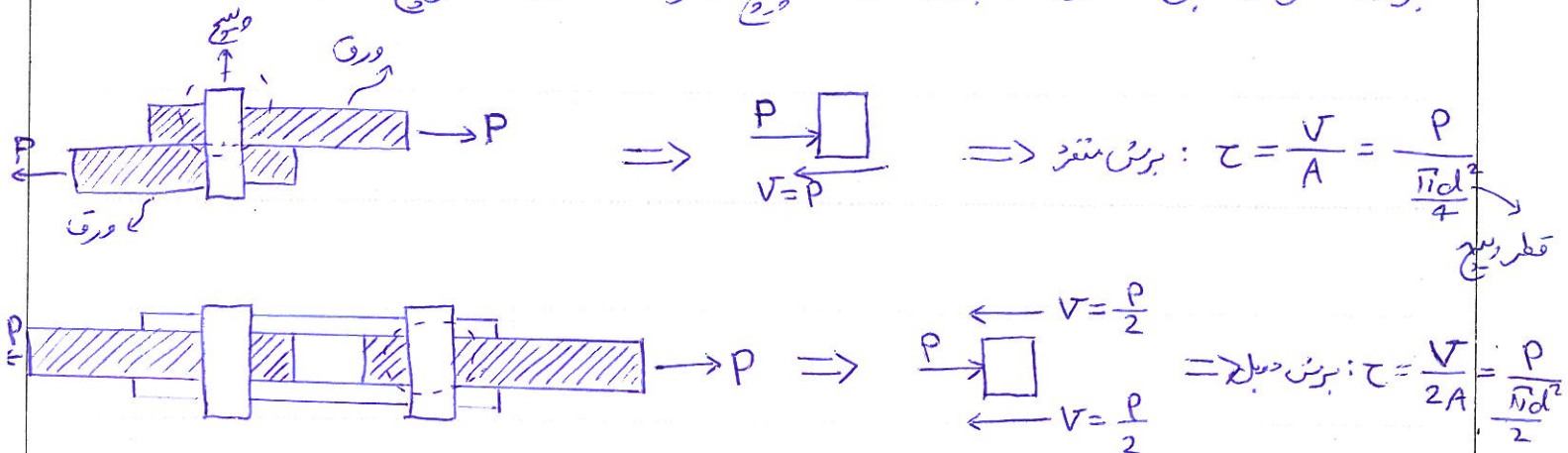
تنش را که نیروی عرضی (برشی) در مقاطع ایجاد می کند، تنش برشی گفته می شود. در شکل زیر یک تیر کنسول (یک سر گیردار) تحت اثر بار قائم در انتهای خود قرار دارد. نیروی برشی ایجاد شده در طبقه مقاطع این تیر برابر P بوده و تنش برشی متوسط در آن عبارت است از:



توجه شود که برای بدست آوردن تنش میانگین (متوسط) $\tau \times A = P \Rightarrow \tau_{ave} = \frac{V}{A} = \frac{P}{A}$

در یک مقطع، معمولاً فرض می شود که تنش در تمام نقاط آن یکسان است. توزیع تنش برشی در یک مقطع بیضی شکل تنش نریل معمولاً یک نواخت نیست.

برشی متغیر و دایره: تنش های برشی معمولاً در پیچ و مهره ها، محفظه های وینچ و روی می دهد.

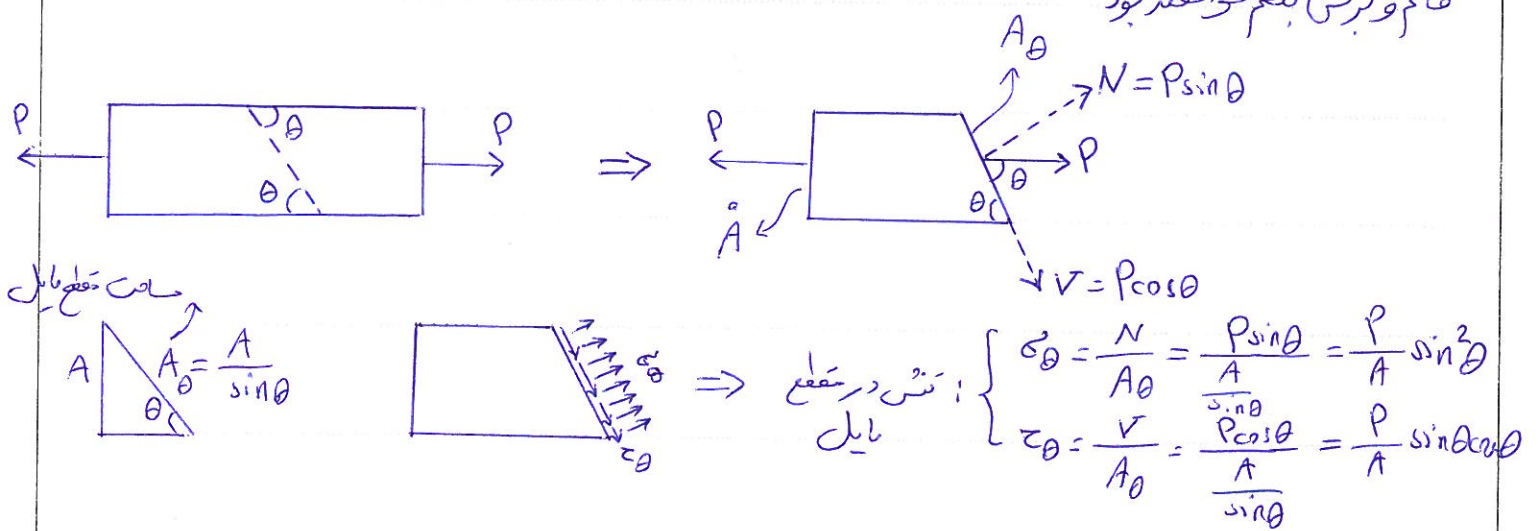


تنش در صفحات دایره:

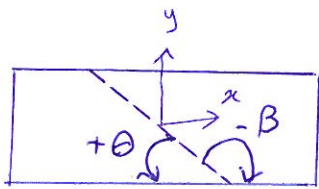
در قسمت های قبل دیدیم که وقتی یک عضو دو نیروی تحت نیروی محور قرار می گیرد، فقط تنش نرمال (قائم) در آن به وجود می آید. همچنین دیدیم که نیروی عرضی وارد بر پیچ و مهره ها فقط تنش برشی ایجاد می کند.

حال اگر صفحه برش را مایل در نظر بگیریم مشاهده خواهیم کرد که نیروهای محوره قادر به ایجاد تنش های

قائم و برش بلغم خواهند بود

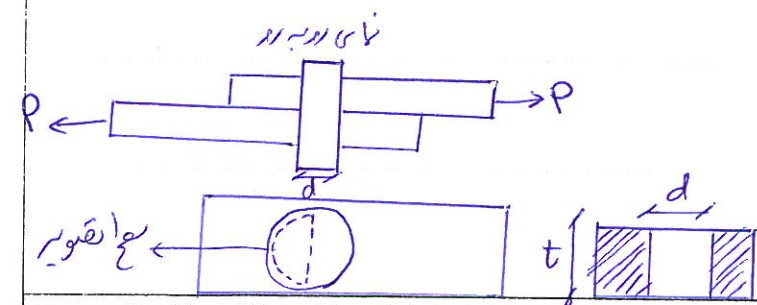


نکته: اگر از صفحه مایل بصورت یادداشت کردیم به سمت مثبت محور x حرکت کنیم زاویه مثبت آمده (theta) مثبت خواهد بود. ولی اگر از صفحه مایل بصورت یادداشت کردیم به سمت مثبت محور x حرکت کنیم زاویه مثبت آمده (theta) منفی خواهد بود.



تنش لهریدگی (Bearing Stress):

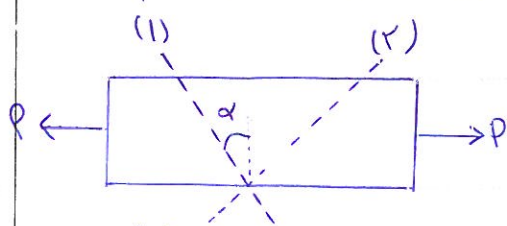
تنش لهریدگی، تنشی است که تأیید به ایجاد اعوجاج در محل تماس اتصال دارد. تنش لهریدگی در محل اتصال دو عضو و یا محل تماس دو جسم (مثل ریس و خاک) اتفاق می افتد. البته توزیع واقعی تنش لهریدگی به سادگی امکان پذیر نبوده و مستلزم بررسی کامل تغییر شکل های وارده است. بنابراین از مقدار متوسط تنش، به که آنرا تنش لهریدگی (تکنیک گاهی) می گویند.



$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td}$$

قطر موج
کما قلمت ورق

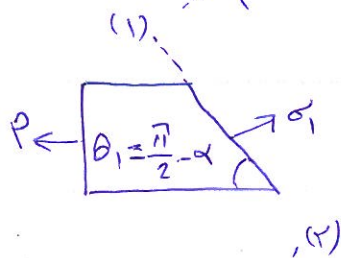
سوال: در حلقه منکوره مقابل مقاطع (۱) و (۲) برهم عمودند. در این صورت حاصل $\sigma_1 + \sigma_2$ کدام است؟



$$\frac{P}{A} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \quad (2) \quad \frac{P}{A} \quad (1)$$

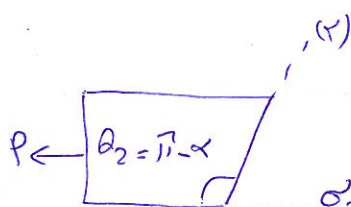
$$\frac{P}{A} \cos^2 \alpha \quad (2) \quad \frac{P}{A} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \quad (3)$$

حل: برای بدست آوردن تنش در مقطع (۱) می توان نوشت:



$$\sigma_1 = \frac{P}{A} \sin^2 \theta_1 \Rightarrow \sigma_1 = \frac{P}{A} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{P}{A} \cos^2 \alpha$$

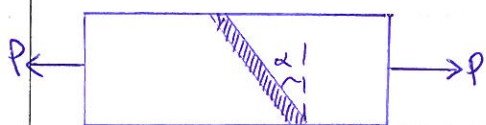
و برای بدست آوردن تنش در مقطع (۲) با توجه به شکل داریم:



$$\sigma_2 = \frac{P}{A} \sin^2 \theta_2 = \frac{P}{A} \sin^2(\pi - \alpha) = \frac{P}{A} \sin^2 \alpha$$

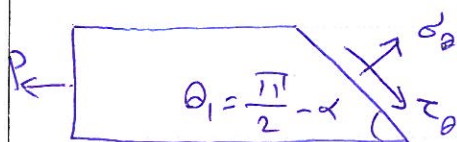
$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P}{A} \cos^2 \alpha + \frac{P}{A} \sin^2 \alpha = \frac{P}{A} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{P}{A} \Rightarrow \text{گزینه یک صحیح است.}$$

سوال: در حلقه منکوره زیر، حداکثر تنش قائم قابل تحمل توسط جیب، دو برابر حداکثر تنش برشی قابل تحمل توسط آن است. برای پهنه شدن مقطع، زاویه α کدام است؟



$$\text{Arctan } \frac{1}{2} \quad (2) \quad \text{Arctan } \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\text{Arctan } 4 \quad (2) \quad \text{Arctan } 2 \quad (3)$$



$$\sigma_\theta = \frac{P}{A} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{P}{A} \cos^2 \alpha \quad \text{حل:}$$

$$\tau_\theta = \frac{P}{A} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{P}{A} \cos \alpha \sin \alpha$$

با توجه به دو برابر بودن تنش نرمال جیب به تنش برشی، در پهنه ترین زاویه α ، تنش قائم در محل جیب

$$\sigma = 2\tau \Rightarrow \frac{P}{A} \cos^2 \alpha = 2 \times \frac{P}{A} \cos \alpha \sin \alpha \quad \text{دو برابر تنش برشی در آن محل می باشد:}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 2 \sin \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \text{Arctan } \frac{1}{2} \quad \text{گزینه (۲) صحیح است.}$$

استقامت نهایی:

از تقسیم بار نهایی بر مساحت مقطع عرضی اولیه، تنش قائم نهایی، یا استقامت نهایی کسبی می‌باشد.

$$\sigma_u = \frac{P_u}{A}$$

بریت من آید:

ضریب اطمینان:

ماکزیم باری که یک عضو ساختمانی یا یک قطعه مائینی مجاز است تحت شرایط محمول تحمل کند ضریب کمتر از بار نهایی است و آنرا بار مجاز یا بار طراحی می‌گویند. نسبت بار نهایی به بار مجاز را ضریب

$$\text{اطمینان من گویند: } F.S. = \frac{\text{بار نهایی}}{\text{بار مجاز}} = \frac{\text{تنش نهایی}}{\text{تنش مجاز}}$$

اگر ضریب اطمینان ضریب بزرگ باشد طرح غیر اقتصادی می‌شود و اگر ضریب اطمینان ضریب کوچک

باشد امکان کسب و وجود دارد. انتخاب ضریب اطمینان مناسب یک کار تجربی مهندس

است. ۴ ~ ۵: خاک و ۱.۴ DL + ۱.۷ LL: اعضای فولادی

مثال: در سازه مقابل مطلوب است:

و ب

الف - تنش قائم در میل

ب - تنش برشی در و ب

ج - تنش لهیدگی در میل

حل:

$$\text{الف - } \sigma = \frac{P}{A} = \frac{120}{4 \times 1} = 30 \text{ kg/cm}^2$$

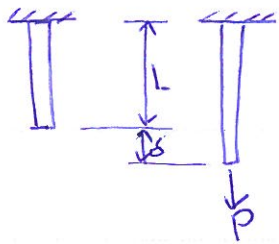
$$\text{ب - } \tau = \frac{V}{2A} = \frac{120}{2 \times \frac{\pi \times 1.5^2}{4}} = 33.95 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{ج - } \sigma_c = \frac{P}{A} = \frac{P}{t \cdot d} = \frac{120}{1 \times 1.5} = 80 \text{ kg/cm}^2$$

کرنش (Strain) :

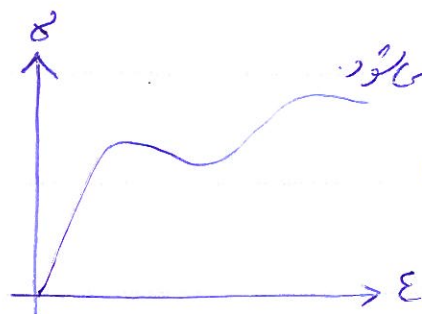
کرنش قائم در میلاده که تحت بار کششی قرار می‌گیرد به عنوان تغییر شکل طولی واحد آن میله تعریف می‌شود.

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad \text{کرنش قائم}$$



محدارتش - کرنش :

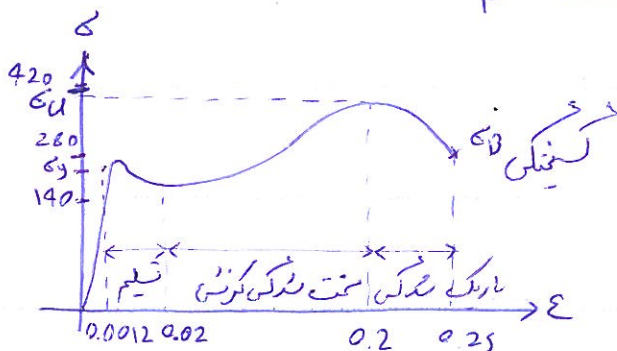
برای ترسیم نمودار تنش - کرنش، نمونه‌ای را در تحت بار محوری کشش در دستگاه قرار می‌دهند و همچنین به آن مسقط می‌نهند که یکس تغییرات طولی (افزایش طول) و دیگری گاهی سطح مقطع نمونه را ثبت می‌کنند. با افزایش نیرو کششی تنش در آن افزایش می‌یابد، در نتیجه نمونه افزایش طول پیدا می‌کند. تنش در هر لحظه و



کرنش متناظر با آن از روابط $\sigma = \frac{P}{A}$ و $\epsilon = \frac{\delta}{L}$ حاصل می‌شود.

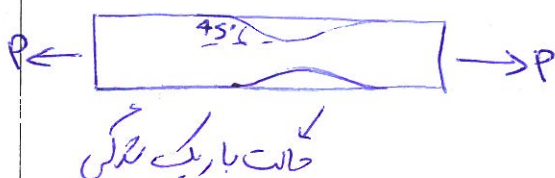
محدارتش - کرنش یکی از ویژگی‌های مصالح است و به سختی هندس آن ربطی ندارد.

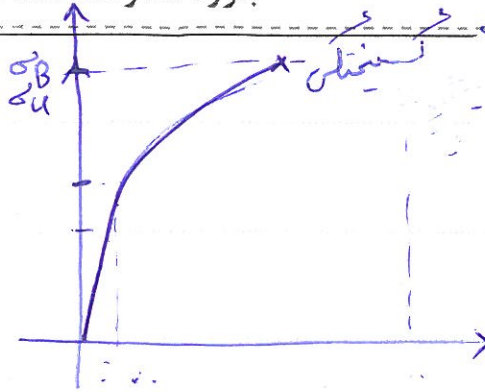
محدارتش - کرنش مواد شکل‌پذیر (دکشی ضواری) نظیر فولاد نرم :



تنش و به راکه در آن تسلیم شروع می‌شود استقامت تسلیم ماده و تنش و به متناظر با بار کمترین راکه به نمونه وارد می‌شود استقامت نهایی و تنش و به متناظر با کششگی را استقامت شکست می‌گویند.

شکست مواد شکل‌پذیر در نتیجه تنش و به برش است.





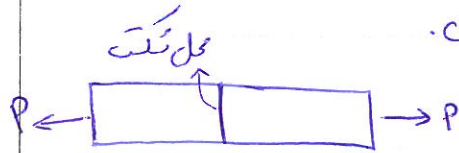
مورد تنش - کرنش مواد شکننده نظیر بتن، شیشه؛

برای مواد شکننده هیچ اختلافی بین استقامت نهایی

و استقامت شکست وجود ندارد. همچنین، کرنش در

زمان کشیگی برابر مواد دلیش خوار، در مقایسه با مواد شکننده خیلی کمتر است.

تنش دائمی قائم عامل اهدال شکست مواد شکننده ماند.



مورد تنش - کرنش بتن؛

نمایه الاستیک فصل بتن در فشار بیشتر از

کشیگی می باشد و استقامت نهایی در فشار

خیلی بیشتر از استقامت نهایی آن در کرنش است

و این ناسازگاری وجود ترک یا حفزه های میکرو سکوپ

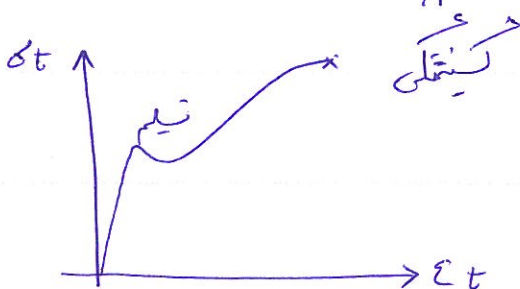
است که باعث تضعیف ماده در کشیگی می شود.

تنش حقیقی و کرنش حقیقی؛

چون حالت مقطع عرضی با انقباض بار P کاهش می یابد تنش در این مورد آ تنش حقیقی در محوره ثبت.

$$\epsilon = \frac{\delta}{L_0} \quad \text{کرنش هندسی} \quad ; \quad \sigma = \frac{P}{A_0} \quad \text{تنش محاسباتی (هندسی)}$$

$$\epsilon_t = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0} \quad \text{کرنش حقیقی} \quad ; \quad \sigma_t = \frac{P}{A} \quad \text{تنش حقیقی}$$



مورد تنش حقیقی بر حسب کرنش حقیقی؛

قانون هوک (Hok's Law):

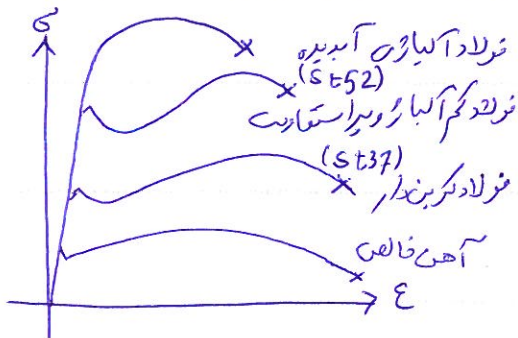
مطابق این قانون در اثر اعمال تنش یک بعدی صاف به یک ماده با رفتار خطی، کرنش ایجاد شده در

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

راستار آن تنش عبارت است از:

بیشترین مقدار تنش که به ازای آن می توان قانون هوک را برای ماده ای به کار برد، در تناسب یا

مدول الاستیسیته یا مدول یانگ (E) می گویند.



در تناسب نشان دهنده سختی مصالح است به عبارتی مقاومت

در برابر تغییر شکل نشان می دهد و واحدی مانند تنش است.

نکته: بعضی از خواص فلزات مانند استقامت و چگالی خواص مبتنی بر آلیاژ کاری، عملیات حرارتی

و فرآیندهای ساخت دارند ولی مدول الاستیسیته آنها یکسان است.

مواد همگرا نکرد و ناهمگرا نکرد:

مواد که مدول الاستیسیته E آن متقل از امتداد بارگذاری است همگرا نکرد و مواد دیگر هتاه

آنها به امتداد مبتکی دارد ناهمگرا نکرد می گویند. مواد مرکب تقویت شده با تار و چوب جزو مواد ناهمگرا نکرد هستند.

رفتار الاستیک و پلاستیک ماده:

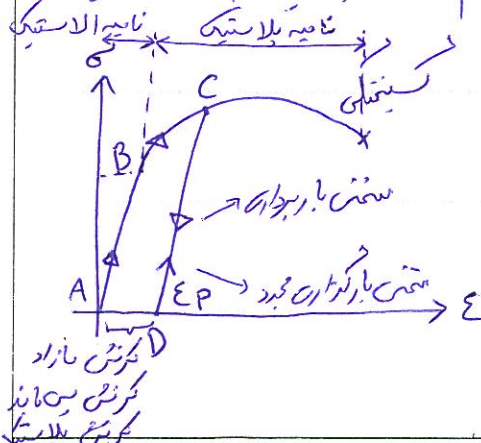
اگر کرنش های که با اعمال بار حین در یک نمونه آزمایشی بروز می آید هنگام حذف بار از بین نبرود، می گویند

ماده بصورت الاستیک رفتار می کند. بیشترین مقدار تنش که به ازای

آن ماده بصورت الاستیک رفتار می کند در الاستیک آن ماده نام دارد.

اگر پس از حذف بار کرنش به صورت پدیده ای می دهد که تغییر شکل

پلاستیک (دائمی) روی داده است.



در اغلب مواد، تغییر شکل پلاستیک نه فقط به ماکزیمم مقدار تنش، بلکه به مدت اعمال این تنش قبل از حذف بار نیز بستگی دارد. در تغییر شکل پلاستیک، نسبت وابسته به تنش و قسمت وابسته به زمان را که به بار نیز بستگی دارد، تنش می‌گویند.

خستگی (Fatigue)؛

اگر تعداد سیکل بار بارگذاری و بار برداری در محدوده الاستیک خیلی زیاد باشد، صحتی ندارد نباید تغییر شکل داشته باشیم. مصالح هر چند شکل پذیر به صورت ناگهانی فواید شکست که بعینت ترک‌ها می‌باشد.

تغییر شکل عضو تحت بارگذاری تدریجی؛

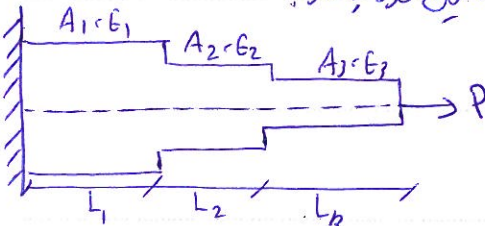
میله‌ای مطابق شکل با طول L و مساحت مقطع A ، تحت اثر نیروی محوری P در دو انتها و محور بر مرکز سطح

میله فکر دارد؛



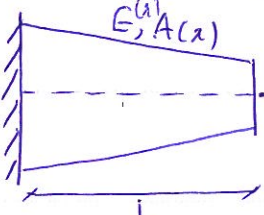
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = E \epsilon \\ \epsilon = \frac{\Delta L}{L} \\ \sigma = \frac{P}{A} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{P}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta L = \frac{PL}{AE}$$

اگر یک مجموعه از تعداد میل‌های متوالی با سطح مقطع و بارگذاری‌های مختلف تشکیل شده باشد؛



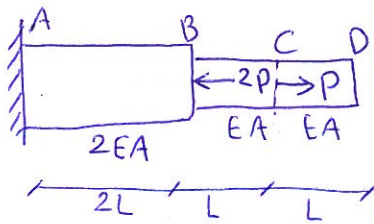
$$\Rightarrow \Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{P_i L_i}{E_i A_i}$$

اگر در یک سازه تحت نیروی محوری، مدول الاستیته و یا سطح مقطع بطور پیوسته تغییر کند؛



$$\Rightarrow \Delta L = \int_0^L \Delta \, dx = \int_0^L \frac{P(x)}{E(x) A(x)} \, dx$$

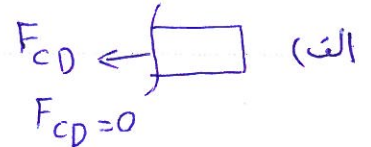
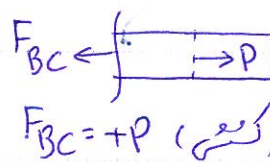
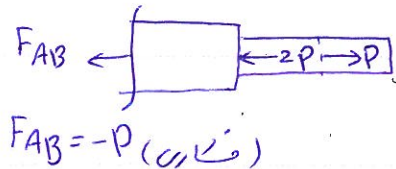
مثال: مجموعه مقابل تحت بارگذاری مورب قرار دارد. مطلوب است:



الف تغییر مکان نقطه D مقدار است؟

ب تغییر فاصله بین نقاط B و D مقدار است؟

حل:

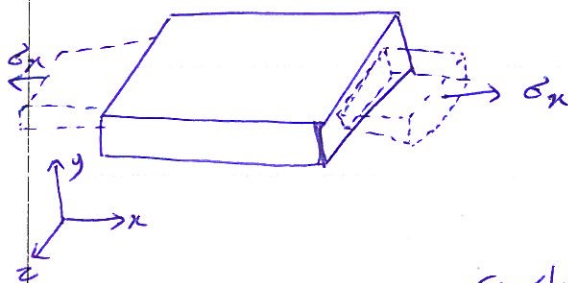


یعنی نقطه D در راستای افق جابه جایی ندارد. $\Delta_D = \Delta_{AB} + \Delta_{BC} + \Delta_{CD} = \frac{(-P) \times 2L}{2EA} + \frac{PL}{EA} + 0 = 0$

ب) تغییر فاصله B و D برابر جمع تغییر طول میله های BC و CD است:

(انقباض فاصله) $\Delta_{BD} = \Delta L_{BC} + \Delta L_{CD} = \frac{+PL}{EA} + 0 = +\frac{PL}{AE}$

نسبت پواسون (Poisson's Ratio):



مطابق اثر پواسون این ماده در جهت x دچار انقباض طول

و در جهت های جانبی y و z دچار گشایش طول می شود. قدرمطلق

نسبت گرفتن جابجایی به کرنش طولی (در راستای نیرو) معادل ضریب پواسون

آن ماده صلب باشد. $(\epsilon_x > 0, \epsilon_y < 0, \epsilon_z < 0)$ $\nu = \left| \frac{\text{کرنش جانبی}}{\text{کرنش طولی}} \right| = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}$

$\epsilon_z = -\nu \epsilon_x, \epsilon_y = -\nu \epsilon_x$

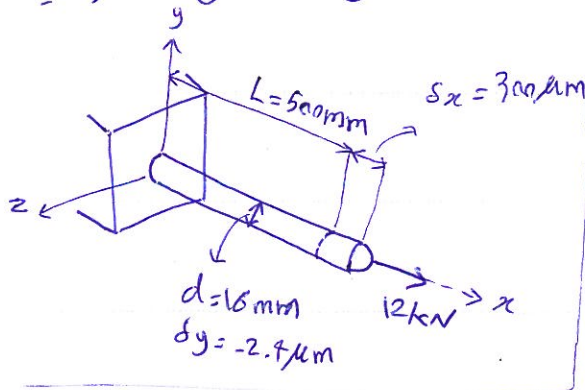
نوع ماده	مؤلاد	پتین	لاستیک
ضریب پواسون	0.3	0.15	0.48

تشریح در راستای x برای مواد هتئوگن (ایزوتروپ): $\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}, \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E}, \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$

مثال: میله ای به طول 500mm و به قطر 16mm از ماده همگن و یکنواخت ساخته شده است. این میله تحت بار محوری 12kN به اندازه 300μm افزایش طول و 2.4μm کاهش قطر در طول الاستیکیت

نسبت پواسون را بیابید.

حل:



مساحت مقطع عرضی میله: $A = \pi r^2 = \pi (8 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 201 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

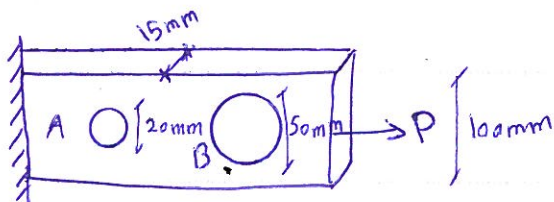
$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{12 \times 10^3 \text{ N}}{201 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 59.7 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{L} = \frac{300 \mu\text{m}}{500 \text{ mm}} = 600 \times 10^{-6} \quad \epsilon_y = \frac{\Delta y}{d} = \frac{-2.4 \mu\text{m}}{16 \text{ mm}} = -150 \times 10^{-6}$$

قانون هوک: $E = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x} = \frac{59.7 \text{ MPa}}{600 \times 10^{-6}} = 99.5 \text{ GPa}$

نسبت پواسون: $\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{-150 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-6}} = 0.25$

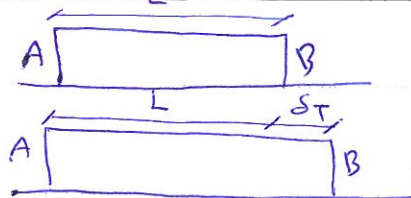
مثال 2: $\sigma_{all} = 120 \text{ MPa}$ ، با کمترین مقدار بار محوری که میسر است P را بیابید.



حل: مساحت مقطع عرضی میله:
$$\begin{cases} A_A = (100 \times 10^{-3} \times 15 \times 10^{-3}) - ((20 \times 10^{-3}) \times 15 \times 10^{-3}) = 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \\ A_B = (100 \times 10^{-3} \times 15 \times 10^{-3}) - (50 \times 10^{-3} \times 15 \times 10^{-3}) = 7.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$A_{min} = \min(A_A, A_B) = 7.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{all} = \frac{P_{all}}{A_{min}} \Rightarrow P_{all} = \sigma_{all} \times A_{min} = 120 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times 7.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 9 \times 10^4 \text{ N}$$



ضریب انبساط حرارتی:

اگر میله همگن AB را به اندازه ΔT افزایش دیم

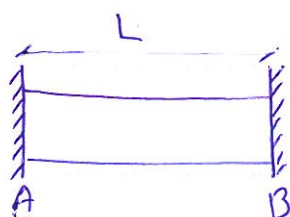
$$\delta_T = \alpha(\Delta T)L$$

میله به اندازه δ_T کشیده می شود:

α ضریب انبساط حرارتی است. واحد α بر حسب $\frac{1}{^\circ C}$ یا $\frac{1}{F}$ بیان می شود.

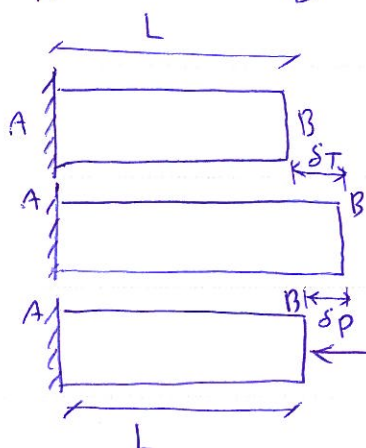
$$\epsilon_T = \frac{\delta_T}{L} = \frac{\alpha(\Delta T)L}{L} = \alpha \Delta T$$

کنش گرایی:



سؤال: میله AB بین دو تکیه گاه ثابت به فاصله L از هم قرار دارد.

اگر دمای میله را به اندازه ΔT افزایش دهیم، تنش در میله AB را بدست آوریم؟



حل:

$$\delta_T = \alpha(\Delta T)L \quad \text{تغییر طول ناشی از حرارت}$$

$$\delta_P = \frac{PL}{AE} \quad \text{تغییر طول ناشی از نیروی P}$$

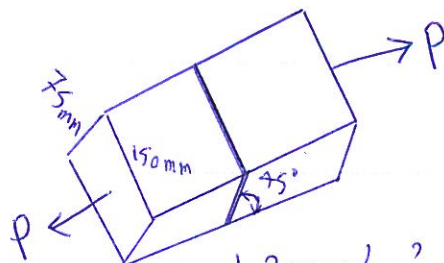
$$\delta = \delta_T + \delta_P = \alpha(\Delta T)L + \frac{PL}{AE} = 0$$

$$\Rightarrow P = -AE\alpha(\Delta T)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{P}{A} = \frac{-AE\alpha(\Delta T)}{A} = -E\alpha(\Delta T)$$

تمرینات نری دوم:

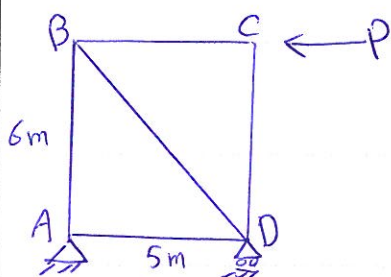
۱- بار $P = 11 \text{ kN}$ بر دو عضو چوبی با مقطع عرضی یکگانه است. مسطیلی که توسط این بار هم متصل شده اند، وارد شده است. تنش های قائم و برشی را در این اتصال بیابید؟



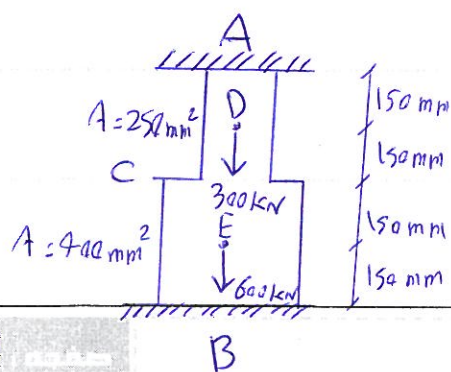
۲- یک میله فولادی به طول 2.2 m تحت بار 8.5 kN نباید بیش از 1.2 mm افزایش طول دهد. اگر $E = 200 \text{ GPa}$ ، مطلوب است: (الف) کمترین قطر میله ب) تنش قائم مشاعله

۳- یک لوله آلومینیومی به طول 4.5 ft تحت یک بار کششی نباید بیش از 0.05 in کشیده شود. اگر $E = 10.1 \times 10^6 \text{ psi}$ و استحکام کششی مجاز 17 ksi باشد، مطلوب است: (الف) حداکثریم طول مجاز لوله ب) استحکام مجاز در صورتیکه بار کششی 127.5 kips باشد.

۴- قاب فولادی ($E = 200 \text{ GPa}$) نشان داده دارای چهار قطری BD است. با است 1920 mm^2 است. اگر تغییر طول عضو BD نباید از 1.6 mm بیشتر شود، بیشترین بار مجاز P را بیابید.



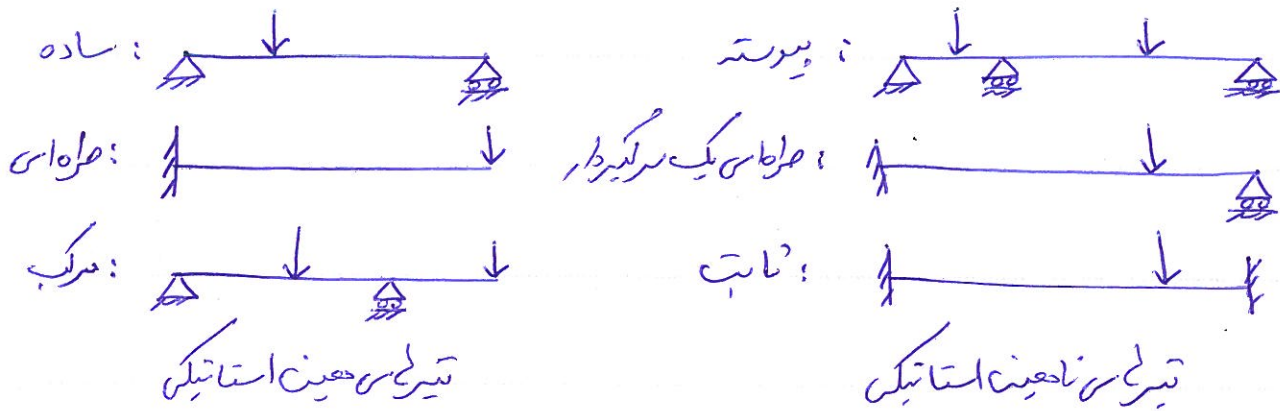
۵- برای میله فولادی زیر واکنش تکیه گاهی در A و B را برای بارگذاری فوق بیابید؟



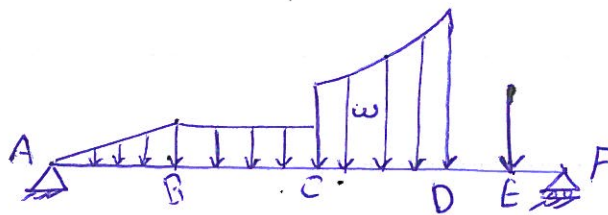
فصل سوم: نیروی برشی و گزشتی

تعریف تیر: تیر اعضای هستند که در مقابل قشش ناشی از بارهای اعمالی مقاومت می کنند. تیر غالباً به شکل منگوره هستند و بار وارد بر آن قائم است.

انواع تیر: اگر تکیه گاه های تیر به گونه ای باشد که بتوان یکی العمل های خارجی آن را تنها به واسطه ی رولش استایس تعیین کرد، این تیر را استایس معین می گویند. اگر تعداد تکیه گاه های تیر بیش از تعداد لازم برای تعادل آن باشد، آنرا تیر ناهین استایس می گویند.

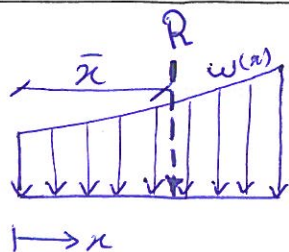


انواع بارگذاری: اگر بار به یک نقطه وارد شود بار متمرکز و اگر بار به شکل تیر وارد شود بار گسترده گفته می شود. شدت بار گسترده w بصورت نیروی وارد بر واحد طول تیر بیان می گردد که ممکن است ثابت یا متغیر و پیوسته یا ناپیوسته باشد.



در تیر قابل شدت بار از B تا C ثابت و از C تا D متغیر و در نقطه E متمرکز است.

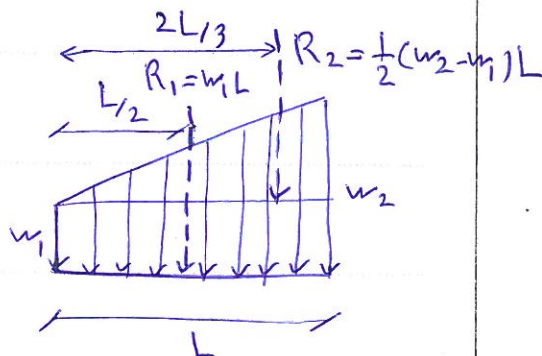
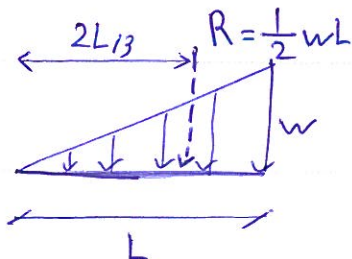
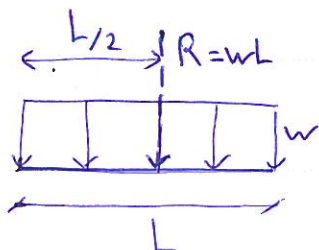
شدت بار در نقطه B پیوسته و در نقطه C ناپیوسته است.



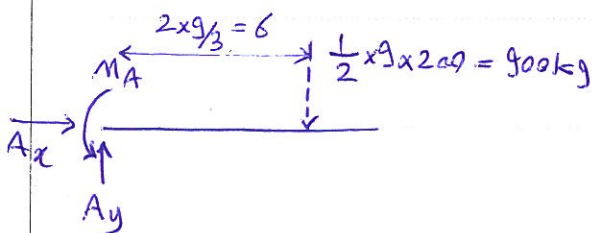
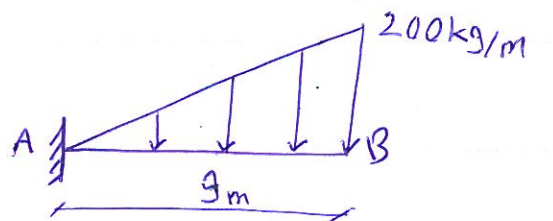
برآیند: $R = \int w(x) dx$

مرکز هندسی: $\bar{x} = \frac{\int x w(x) dx}{R}$

برآیند بارهای گسترده:



مثال: در تیرهای زیر عکس العمل های تکیه گاه را پیدا کنید؟



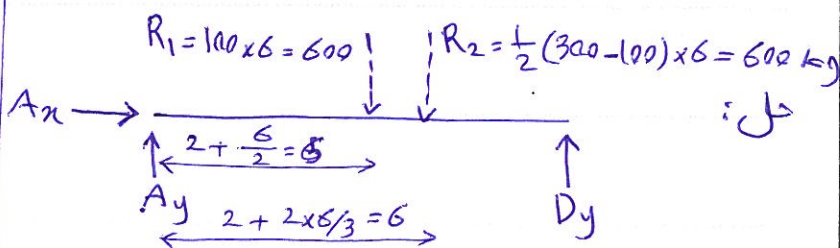
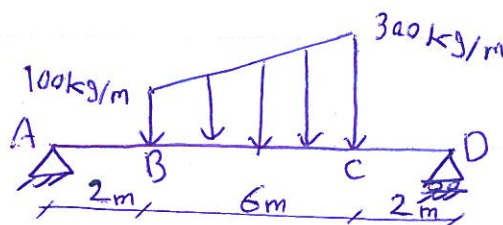
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - 900 \times 6 = 0$$

$$\Rightarrow M_A = 5400 \text{ kg.m}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 900 = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 900 \text{ kg}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow D_y \times 10 - 600 \times 5 - 600 \times 6 = 0$$

$$\Rightarrow D_y = 660 \text{ kg}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 600 - 600 + 660 = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 540 \text{ kg}$$

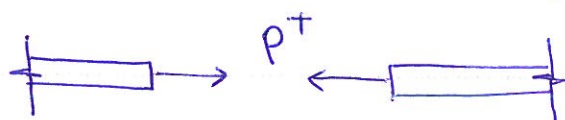
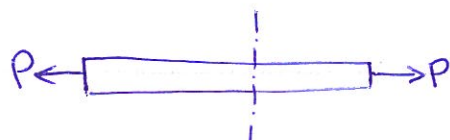
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

نیروهای داخلی؛ با عبور حلقه عرضی از نقطه مورد نظر در تیر و رسم یکی از مقاطعات می توان بار را

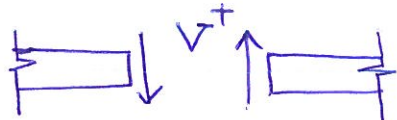
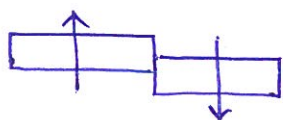
حلقه و احمال متقابل بر آن؛ مقادیر و جهت های نیروهای داخلی (P ، V و M) بدست می آید.



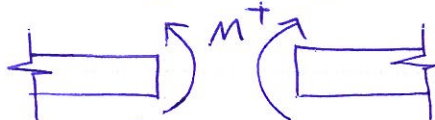
قرار داد جهت نیروهای داخلی؛



جهت نیروی محور اگر در جهت کشش عضو باشد مثبت و اگر در جهت فشار عضو باشد منفی است.

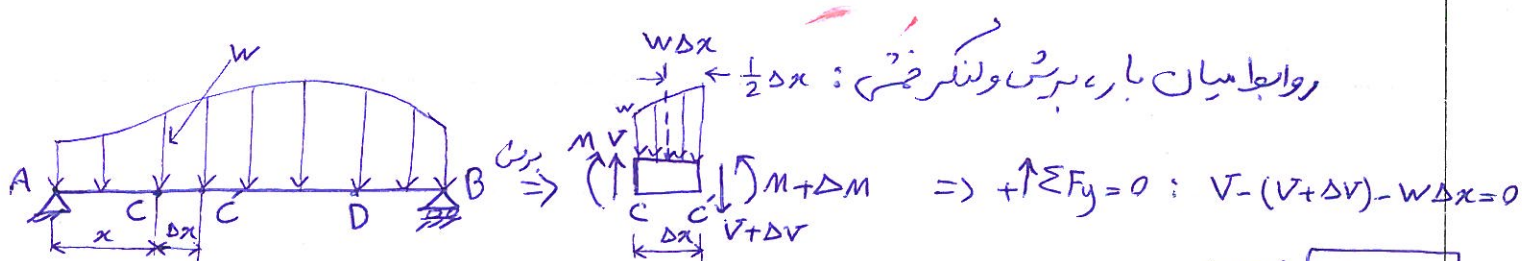


جهت نیروی برش اگر در جهت بالا باشد مثبت و اگر در جهت پایین باشد منفی است.



لنگر قوسی مثبت است که در تار تختانی ایجاد کند. لنگر قوسی مثبت، تیر را بصورت کمانه ای

در می آورد.



$$\Rightarrow \Delta V = -w \Delta x \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} \boxed{\frac{dV}{dx} = -w}$$

$$V_D - V_C = - \int_{x_C}^{x_D} w dx \Rightarrow \boxed{V_D - V_C = - (\text{مساحت زیر منحنی بار بین C و D})}$$

$$\delta \Sigma M_c = 0 : (M + \Delta M) - M - V \Delta x + w \Delta x \frac{\Delta x}{2} = 0 \Rightarrow \Delta M = V \Delta x - \frac{1}{2} w (\Delta x)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dM}{dx} = V} \quad , \quad M_D - M_C = \int_{x_C}^{x_D} V dx \Rightarrow \boxed{M_D - M_C = - (P_C \text{ زیر مستقیم برش بین } P_C \text{ و } P_D)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} = -w}$$

از روابط فوق می توان نتایج زیر را بدست آورد:

۱- شیب نمودار نیروی برش برابر است با معنی مقدار بار توزیع در آن نقطه. و مقدار برش در هر نقطه برابر شیب نمودار لنگر خمشی می باشد.

۲- مقدار برش در هر نقطه (بروا آنکه در آن فاصله بار متمرکز نباشد) برابر است با زیر مستقیم بار توزیع است. و مقدار لنگر خمشی در هر نقطه (بروا آنکه در آن فاصله لنگر وجود نداشته باشد) برابر است با زیر مستقیم نیروی برشی خواهد بود.

۳- معنی لنگر خمشی همواره یک درجه بالاتر از معنی نیروی برش و معنی نیروی برشی همواره یک درجه بالاتر از معنی نیروی توزیع می باشد.

یعنی اگر معنی بار توزیع ثابت (مستطیلی) باشد معنی نیروی برشی از درجه یک (خطی) و معنی لنگر خمشی از درجه دو (منحنی درجه دو) خواهد بود.

اگر معنی بار توزیع قطعی (مثلثی) باشد معنی نیروی برشی از درجه دو (منحنی درجه دو) و معنی لنگر خمشی از درجه سه (منحنی درجه سه) خواهد بود.

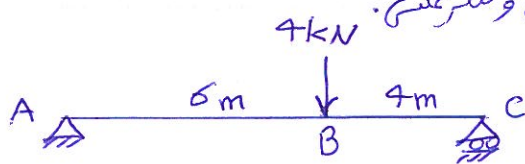
۴- هر جا مقدار برش صفر باشد ($\frac{dM}{dx} = 0$) مقدار لنگر خمشی اکثرم خواهد بود.

و هر جا مقدار نیروی توزیع صفر باشد ($\frac{dV}{dx} = 0$) مقدار نیروی برشی اکثرم خواهد بود.

نمودار نیروی برشی و منکرفضی:

تغییرات نیروی برشی V و منکرفضی M در طول تیر اطلاعات لازم برای تحلیل و طراحی آنرا بدست می دهد.
 حضورها اندازه منبسطه منکرفضی معمولاً هم ترین نکته در طراحی و انتخاب تیر است. اولین گام برای ترسیم نمودار
 برشی و منکرفضی عبارت از تعیین مقادیر عکس العمل های خارجی وارد بر تیر می باشد. سپس، ترمیم منکرفضی را
 یکس از دو طرف مقطع مورد نظر از تیر (محل راست یا چپ آن) را رسم می کنیم و معادلات تعادل را برای این
 قسمتی مجزا شده از تیر می نویسیم.

مثال: مطلوب است ترسیم نمودار نیروی محوری، نیروی برشی و منکرفضی؟



حل: محاسبه عکس العمل های تکیه گاه ها:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 10 \times c_y - 4 \times 6 = 0 \Rightarrow \boxed{c_y = 2.4 \text{ kN}}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 4 + 2.4 = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 1.6 \text{ kN}}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

محاسبه نیروهای داخلی:

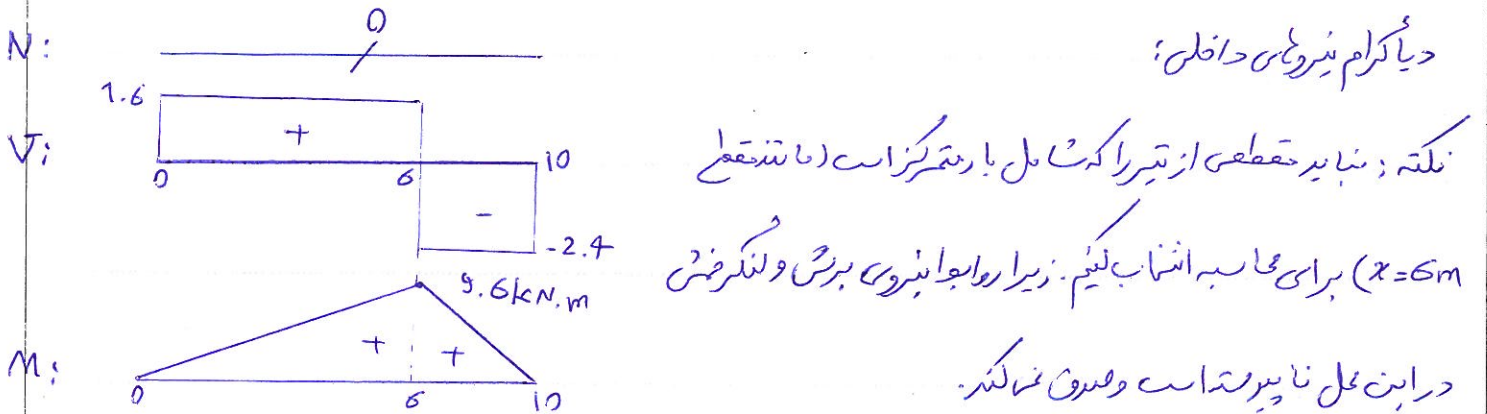
A) $0 \rightarrow \varepsilon$ $\Rightarrow N_A = 0, V_A = 1.6 \text{ kN}, M_A = 0$

B) $0 \rightarrow 6 - \varepsilon$ $\Rightarrow N_{BL} = 0, V_{BL} = 1.6 \text{ kN}$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BL} - 1.6 \times 6 = 0 \Rightarrow \boxed{M_{BL} = 9.6 \text{ kN.m}}$$

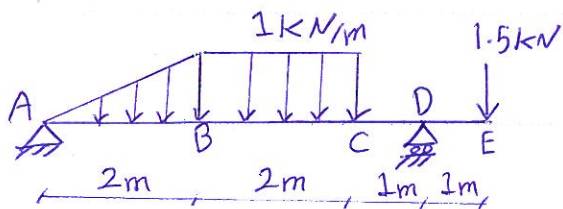
$B_R) \rightarrow 0 \xrightarrow{1.6} \xrightarrow{6} \downarrow 4kN \quad \downarrow \epsilon \quad \downarrow N_{BR} \quad \uparrow M_{BR}$
 $\Rightarrow N_{BR}=0, \quad \Sigma F_y=0 \Rightarrow 1.6 - 4 - V_{BR}=0 \Rightarrow V_{BR}=-2.4kN, \quad M_{BR}=9.6kN.m$

$C) \quad \begin{matrix} \uparrow M_C \\ \uparrow V_C \end{matrix} \xrightarrow{\epsilon} \quad \uparrow 2.4kN$
 $\Rightarrow N_C=0, \quad \Sigma F_y=0 \Rightarrow V_C+2.4=0 \Rightarrow V_C=-2.4kN$
 $M_C=0$

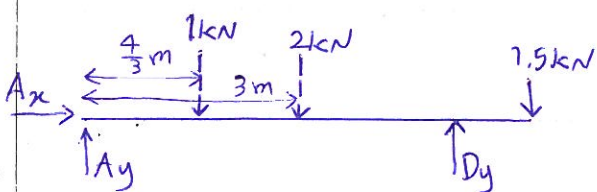


نکته: لنگر فرضی ماکزیمم در محل اتفاق می افتد که نیروی برش تغییر جهت می دهد. (نقطه $x=6m$)
 نکته: لنگر فرضی M برابر با مجموع مساحت های زیر منحنی نمودار نیروی برش (V) است.

مثال: مطلوب است ترسیم نمودار نیروی برش و لنگر فرضی و تعیین محل (x) و مقدار لنگر ماکزیمم (M_{max})؟



حل:



محاسبه عکس العمل های نکیه گاه ها؛

$\Sigma M_A=0 \Rightarrow D_y \times 5 - 1 \times \frac{4}{3} - 2 \times 3 - 1.5 \times 6 = 0 \Rightarrow D_y = 3.267kN$

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow A_y - 1 - 2 + 3.267 - 1.5 = 0 \Rightarrow A_y = 1.233kN, \quad \Sigma F_x=0 \Rightarrow A_x=0$

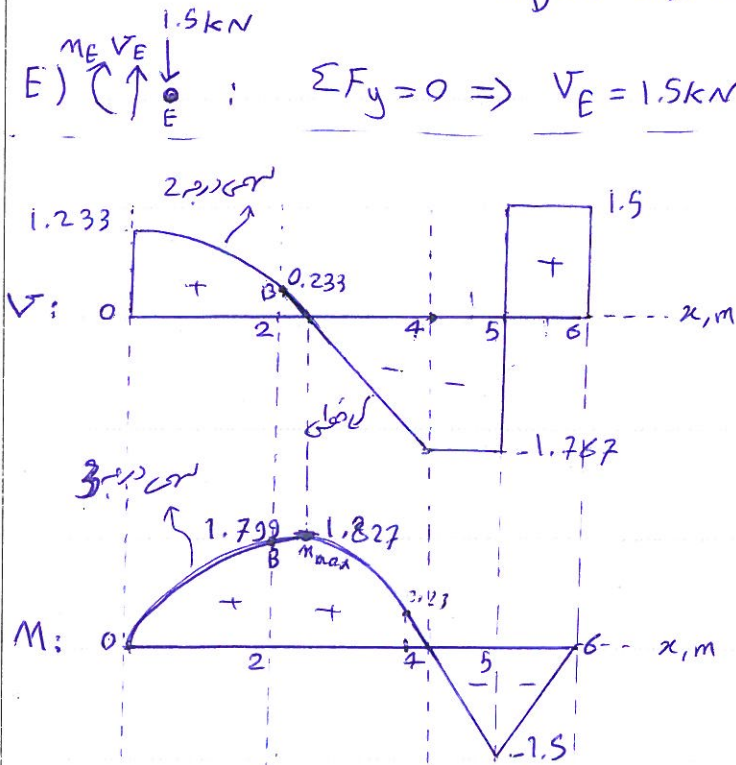
A) $\rightarrow \frac{0}{\epsilon} \downarrow \rightarrow M_A$: $\sum F_y = 0 \Rightarrow N_A = 0, V_A = 1.233 \text{ kN}, M_A = 0$

B) $\rightarrow \frac{0}{\epsilon} \downarrow \rightarrow M_B$: $\sum F_y = 0 \Rightarrow -V_B + 1.233 - 1 = 0 \Rightarrow V_B = 0.233$
 $\sum M_A = 0 \Rightarrow M_B - 1 \times \frac{4}{3} - 0.233 \times 2 = 0 \Rightarrow M_B = 1.799$

C) $\rightarrow \frac{0}{\epsilon} \downarrow \rightarrow M_C$: $\sum F_y = 0 \Rightarrow -V_C + 1.233 - 1 - 2 = 0 \Rightarrow V_C = -1.767$
 $\sum M_A = 0 \Rightarrow M_C - 1 \times \frac{4}{3} - 2 \times 3 + 1.767 \times 4 = 0 \Rightarrow M_C = 0.265$

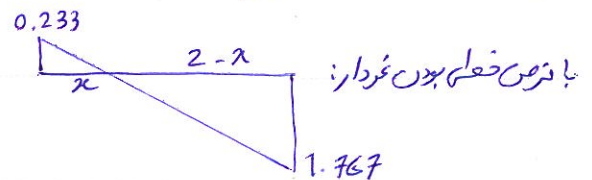
D) $\rightarrow \frac{0}{\epsilon} \downarrow \rightarrow M_D$: $\sum F_y = 0 \Rightarrow V_D + 3.267 - 1.5 = 0 \Rightarrow V_D = -1.767 \text{ kN}$
 $\sum M_D = 0 \Rightarrow -M_{B_L} - 1.5 \times 1 = 0 \Rightarrow M_{B_L} = -1.5 \text{ kN.m}$

E) $\rightarrow \frac{0}{\epsilon} \downarrow \rightarrow M_E$: $\sum F_y = 0 \Rightarrow V_E = 1.5 \text{ kN}, \sum M_E = 0 \Rightarrow M_E = 0$



حساب نیروهای داخلی

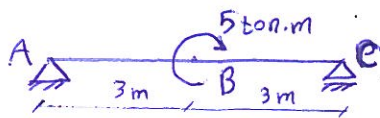
تعیین محل و مقدار انحراف بزرگترین



تعیین محل : $\frac{0.233}{x} = \frac{1.767}{2-x}$

$\Rightarrow 0.466 - 0.233x = 1.767 \Rightarrow x = 0.233$

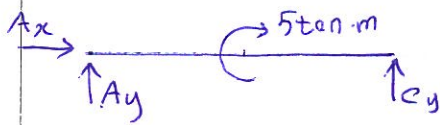
$\sum M_{max} = 0 \Rightarrow M_{max} = 1.827 \text{ kN.m}$



مثال: مطلوب است ترسیم دیاگرام برش و خمش؟

حل:

محاسبه عکس العمل‌ها براساس تکیه گاه‌ها:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow C_y \times 6 - 5 = 0 \Rightarrow C_y = 0.833 \text{ ton}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + 0.833 = 0 \Rightarrow A_y = -0.833 \text{ ton} \quad , \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

محاسبه نیروهای داخلی:

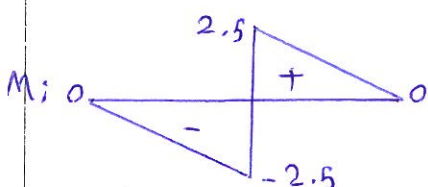
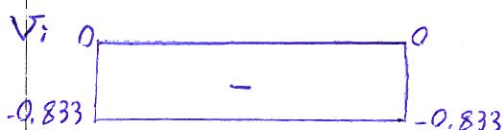
A) $0 \rightarrow A \xrightarrow{3m} B$: محاسبات تقاطع $\Rightarrow V_A = -0.833$ ، $M_A = 0$

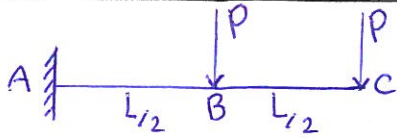
B_L) $0 \rightarrow A \xrightarrow{3m} B$: محاسبات تقاطع $\Rightarrow V_{B_L} = -0.833$ ، $M_{B_L} + 0.833 \times 3 = 0 \Rightarrow M_{B_L} = -2.499 \approx -2.5$

B_R) $0 \rightarrow A \xrightarrow{3m} B$: محاسبات تقاطع $\Rightarrow V_{B_R} = -0.833$ ، $M_{B_R} + 0.833 \times 3 - 5 = 0 \Rightarrow M_{B_R} = 2.5$

C) $0 \rightarrow A \xrightarrow{3m} B$: محاسبات تقاطع $\Rightarrow V_C = -0.833$ ، $M_C = 0$

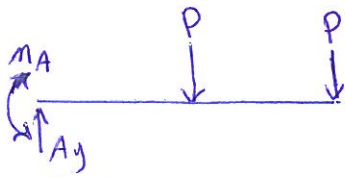
ترسیم دیاگرام:





سؤال: مطلوب است ترسیم دیاگرام برشی و خمشی؟

حل:



محاسبه عکس العمل‌ها بر مبنای تعادل:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - P \times \frac{L}{2} - P \times L = 0 \Rightarrow M_A = \frac{3}{2} PL$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - P - P = 0 \Rightarrow A_y = +2P$$

محاسبه نیروهای داخلی:

A) : معادلات تعادل $\Rightarrow V_A = 2P$ ، $M_A = -\frac{3}{2} PL$

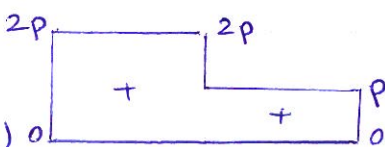
B_L) : معادلات تعادل $\Rightarrow V_{BL} = 2P$ ، $M_{BL} + \frac{3}{2} PL - 2P \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_{BL} = -\frac{PL}{2}$

B_R) : معادلات تعادل $\Rightarrow -V_{BR} + 2P - P = 0 \Rightarrow V_{BR} = P$ ، $M_{BR} = -\frac{PL}{2}$

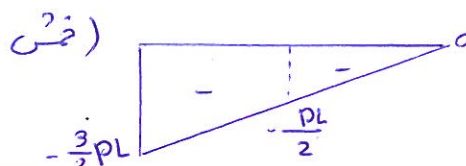
C_L) : معادلات تعادل $\Rightarrow -V_{CL} + 2P - P = 0 \Rightarrow V_{CL} = P$

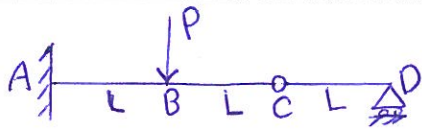
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CL} + \frac{3}{2} PL - 2P \times L + P \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_{CL} = 0$$

C) : معادلات تعادل $\Rightarrow V_C = P$ ، $M_C = 0$



ترسیم دیاگرام:





مثال: مطلوب است ترسیم دیاگرام برش و خمش؟

حل:



حسابه عکس العمل را می تکیه گاهی:

CD قمت: $\sum M_c = 0 \Rightarrow D_y \times L = 0 \Rightarrow \boxed{D_y = 0} \Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_c = 0$

AC قمت: $\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - P \times L = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = PL}$, $\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - P = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = P}$

حساب نیروهای داخلی:

A) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow A \\ \downarrow P \end{array} \right) \uparrow M_A$: معادلات متادل $\Rightarrow V_A = P$, $M_A + PL = 0 \Rightarrow M_A = -PL$

B_L) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow A \\ \downarrow P \end{array} \right) \uparrow M_{B_L}$: معادلات متادل $\Rightarrow V_{B_L} = P$, $M_{B_L} + PL - P \times L = 0 \Rightarrow M_{B_L} = 0$

B_R) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow A \\ \downarrow P \end{array} \right) \uparrow M_{B_R}$: معادلات متادل $\Rightarrow -V_{B_R} + P - P = 0 \Rightarrow V_{B_R} = 0$, $M_{B_R} = 0$

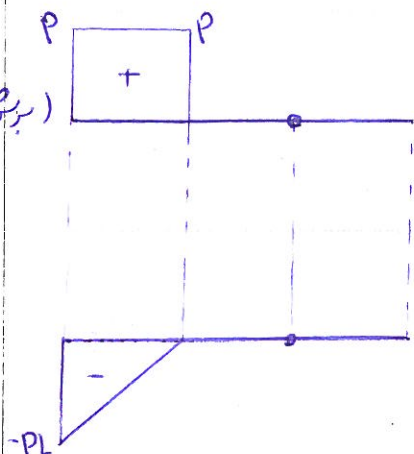
C) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow A \\ \downarrow P \end{array} \right) \uparrow M_c$: معادلات متادل $\Rightarrow -V_c + P - P = 0 \Rightarrow V_c = 0$

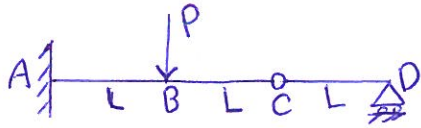
$\sum M_c = 0 \Rightarrow M_c + PL - 2PL + PL = 0 \Rightarrow M_c = 0$

نکته: بدون محاسبات تمرکز نقطه C (مركز) می توان حدس زد که در نقطه C برابر هم فرست چون مفصل تمرکز محل زنگنه

D) $\left(\begin{array}{c} \uparrow P \\ \downarrow P \end{array} \right) \uparrow M_D$: معادلات متادل $\Rightarrow V_D = 0$, $M_D = 0$

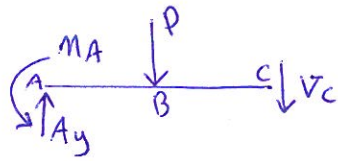
ترسیم دیاگرام:





مثال: مطلوب است ترسیم دیاگرام برش و خم؟

حل:



حسابه عکس العمل را می‌توانیم نگاه کنیم:

CD قسمت: $\sum M_c = 0 \Rightarrow D_y \times L = 0 \Rightarrow \boxed{D_y = 0} \Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_c = 0$

AC قسمت: $\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - P \times L = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = PL}$ ، $\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - P = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = P}$

حسابه نیروهای داخلی:

A) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow P \\ \downarrow V_A \end{array} \right) \begin{array}{c} M_A \\ \downarrow \end{array}$: $\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A + PL = 0 \Rightarrow M_A = -PL$ ، $\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A = P$

B_L) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow P \\ \downarrow V_{BL} \end{array} \right) \begin{array}{c} M_{BL} \\ \downarrow \end{array}$: $\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BL} + PL - P \times L = 0 \Rightarrow M_{BL} = 0$ ، $\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BL} = P$

B_R) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow P \\ \downarrow V_{BR} \end{array} \right) \begin{array}{c} M_{BR} \\ \downarrow \end{array}$: $\sum M_B = 0 \Rightarrow -V_{BR} + P - P = 0 \Rightarrow V_{BR} = 0$ ، $M_{BR} = 0$

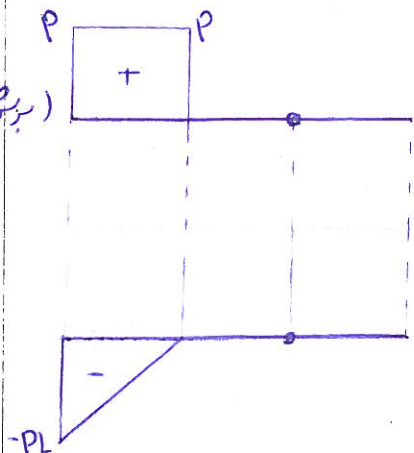
C) $\left(\begin{array}{c} PL \\ \uparrow P \\ \downarrow V_c \end{array} \right) \begin{array}{c} M_c \\ \downarrow \end{array}$: $\sum M_c = 0 \Rightarrow -V_c + P - P = 0 \Rightarrow V_c = 0$

$\sum M_c = 0 \Rightarrow M_c + PL - 2PL + PL = 0 \Rightarrow M_c = 0$

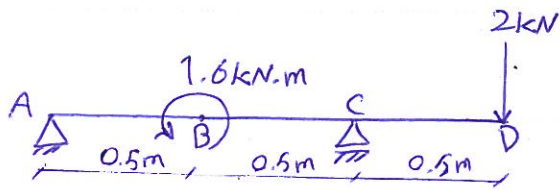
نکته: بدون محاسبات تمرکز نقطه C نیز می‌توان حدس زد که تمرکز نقطه C برابر صفر است چون محض تمرکز عمل نمی‌کند.

D) $\left(\begin{array}{c} M_D \\ \uparrow \end{array} \right) \begin{array}{c} V_D \\ \uparrow \end{array}$: $\sum M_D = 0 \Rightarrow M_D = 0$ ، $\sum F_y = 0 \Rightarrow V_D = 0$

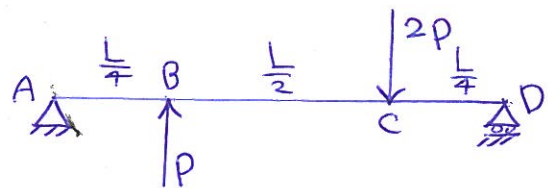
ترسیم دیاگرام:



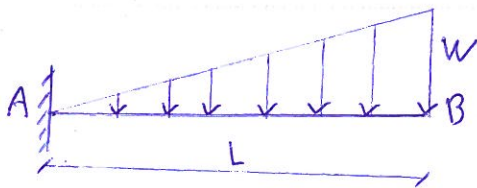
تمرینات سری سوم: در سازه های زیر دیاگرام نیروی برشی و گشتاور کششی را ترسیم کنید؟



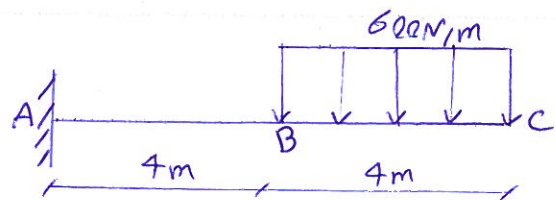
(ب)



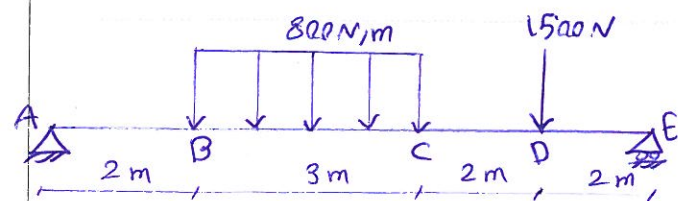
(الف)



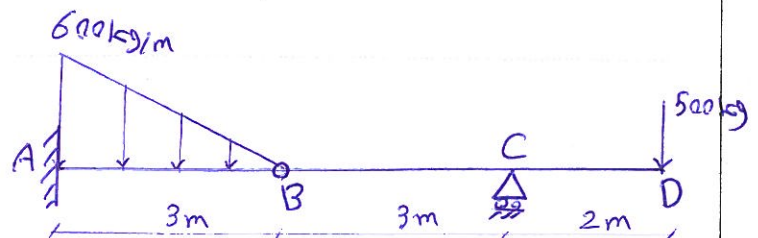
(ت)



(پ)



(د)



(ج)